

**HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN**  
**Wirtschafts- und Sozialwissenschaften an der**  
**Landwirtschaftlich - Gärtnerischen Fakultät**

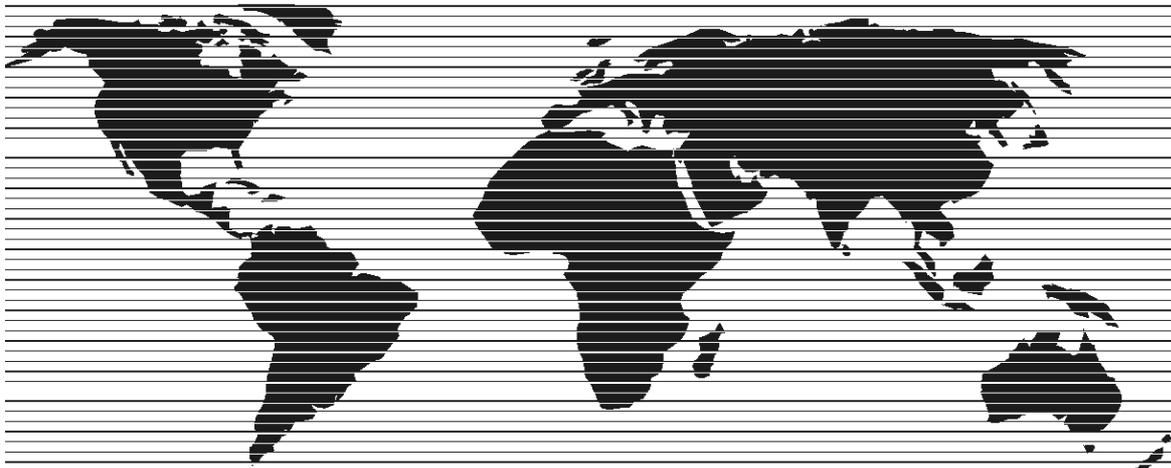


Nr. 73/2005

**Mußhoff, Oliver**  
**Odening, Martin**  
**Xu, Wei**

**Zur Reduzierung niederschlagsbedingter**  
**Produktionsrisiken mit Wetterderivaten**

**WORKING PAPER**



Luisenstraße 56, D - 10099 Berlin (Mitte), Germany  
tel. +(49)-30-2093 6317; fax: +(49)-30-2093 6301



# **Zur Reduzierung niederschlagsbedingter Produktionsrisiken mit Wetterderivaten**

Oliver Mußhoff, Martin Odening and Wei Xu, Humboldt Universität zu Berlin

## **Abstract**

In this paper we price a precipitation option based on empirical weather data from Germany using different pricing methods, among them the burn analysis, index value simulation and daily simulation. For that purpose we develop a daily precipitation model. Moreover, a decorrelation analysis is proposed to analyse the spatial basis risk that is inherent to rainfall derivatives. The models are applied to precipitation data in Brandenburg, Germany. Based on simplifying assumptions of the production function we quantify and compare the risk exposure of grain producers with and without rainfall insurance. It turns out that a considerable risk remains with producers who are located remotely from the weather station. Another finding is that significant differences may occur between the pricing methods. We identify the strengths and weaknesses of the pricing methods and give some recommendations for their application. Our results are relevant for producers as well as for potential sellers of weather derivatives.

Key words: weather risk, weather derivatives, precipitation model, basis risk

## **Zusammenfassung**

In diesem Beitrag wird eine Niederschlagsoption unter Anwendung der Burn-Analyse, der Index-Value-Simulation und der Daily-Simulation bewertet. Dazu wird auf der Grundlage empirischer Wetterdaten aus Deutschland (Niederschlagsmengen aus Brandenburg) ein Tagesniederschlagsmodell entwickelt. Weiterhin wird eine Dekorrelationsanalyse durchgeführt, um das räumliche Basisrisiko von Niederschlagsderivaten zu analysieren. Basierend auf vereinfachenden Annahmen bzgl. der Produktionsfunktion wird das Risikoprofil von Getreideproduzenten in Brandenburg mit und ohne Absicherung gegen zu geringe Niederschlagsmengen in den Monaten April und Mai quantifiziert. Es wird deutlich, dass mit zunehmender Entfernung ein erhebliches Restrisiko bei den Produzenten verbleibt. Die Berechnungen zeigen zudem Unterschiede zwischen den verschiedenen Bewertungsverfahren auf. Es werden Stärken und Schwächen der Bewertungsverfahren identifiziert und Empfehlungen für die Anwendung der verschiedenen Methoden abgeleitet. Die hier behandelte Fragestellung ist sowohl für Landwirte als auch für potenzielle Anbieter von Wetterderivaten relevant.

Schlagworte: Wetterrisiko, Wetterderivate, Niederschlagsmodelle, Basisrisiko

## 1 Einleitung

Es ist bekannt, dass das Wetter einen bedeutenden Produktionsfaktor für die Landwirtschaft darstellt, der leider kaum steuerbar ist: Wetterrisiken bilden die Hauptunsicherheitsquelle in der pflanzlichen Produktion. Bislang versuchen Produzenten die negativen ökonomischen Konsequenzen „schlechten“ Wetters durch Abschluss von Versicherungen zu kompensieren. Seit Mitte der 90er Jahre wird eine neue Klasse von Instrumenten zur Absicherung gegen wetterbedingte Ertragsschwankungen diskutiert, nämlich Wetterderivate. Ganz allgemein sind Wetterderivate Finanzinstrumente, wie z.B. Forward-Kontrakte, Futures, Optionen oder Swaps, die dem Austausch von Wetterrisiken dienen und sich z.B. auf die Temperatur, den Niederschlag oder den Wind beziehen können. Wetterderivate haben im Vergleich zu klassischen Ertragsausfallversicherungen den Vorteil, dass sie nicht von der Moral-Hazard-Problematik oder adverser Selektion betroffen sind. Andererseits verbleibt beim Einsatz von Wetterderivaten ein gewisses Risiko beim Produzenten, weil individuelle Ertragsschwankungen im Allgemeinen nicht perfekt mit der relevanten Wettervariable korreliert sind. Bis heute ist daher nicht klar, ob sich Wetterderivate in der Landwirtschaft durchsetzen werden. Mit der Frage, inwieweit Wetterderivate ein brauchbares Risikomanagementinstrument im Agribusiness darstellen, beschäftigt sich eine wachsende Zahl von Veröffentlichungen. Der Fokus der bisherigen Arbeiten liegt zum einen auf theoretischen Fragen der Bepreisung von Wetterderivaten und zum anderen auf der Analyse temperaturbezogener Instrumente (z.B. RICHARDS et al. 2004, TURVEY 2001, van ASSELDONK und OUDE LANSINK 2003). Für landwirtschaftliche Anwendungen dürften allerdings niederschlagsbezogene Instrumente eine größere Bedeutung aufweisen. Speziell zur Bewertung von Niederschlagsderivaten in der Landwirtschaft liegen bislang jedoch erst sehr wenige Veröffentlichungen vor. Erste Ansätze einer Wirkungsanalyse finden sich bei STOPPA und HESS (2003) sowie BERG et al. (2005).

Ziel dieses Beitrages ist es, ein Tagesniederschlagsmodell zu entwickeln und anzuwenden, das als Grundlage für die Bewertung niederschlagsbezogener Wetterderivate oder indexbasierter Versicherungen dienen kann. Für landwirtschaftliche Fragestellungen ist ein solches Modell bislang noch nicht zur Anwendung gekommen, obwohl es wesentliche Vorzüge gegenüber einer direkten Schätzung der Verteilung eines Niederschlags aufweist. Ein weiterer, wichtiger Aspekt, der in der Literatur zwar angesprochen, aber bislang nicht behandelt wurde, ist die Quantifizierung des Basisrisikos von Wetterderivaten. Damit ist in diesem Zusammenhang das nicht versicherbare Risiko gemeint, dass sich aus der Differenz des Wettergeschehens am Referenzpunkt des Derivats und dem Ort der landwirtschaftlichen Produktion ergibt.

Während dieser Aspekt bei temperaturbezogenen Derivaten nicht so bedeutend ist, kann er aufgrund der hohen räumlichen Variabilität von Niederschlägen bei der Wirkungsanalyse von Niederschlagsderivaten nicht vernachlässigt werden. Der Beitrag ist wie folgt aufgebaut: In Abschnitt 2 wird ein statistisches Modell zur Schätzung von Tagesniederschlagsmengen vorgestellt. Weiterhin wird mit Hilfe einer Dekorrelationsanalyse der statistische Zusammenhang von Niederschlägen an verschiedenen Orten dargestellt. In Abschnitt 3 erfolgt eine empirische Anwendung dieser Konzepte. Unter Verwendung von Niederschlagsdaten für die Region Brandenburg / Deutschland werden exemplarisch eine Put-Option sowie eine Call-Option auf die kumulierte Niederschlagssumme zwischen unterschiedlichen Zeiträumen bewertet und die Auswirkung auf die Risikoexposition landwirtschaftlicher Betriebe untersucht. Einfache Bewertungsverfahren, wie die Burn-Rate Methode und die Index-Value Simulation dienen als Referenzsystem. Der Beitrag endet mit Schlussfolgerungen für die vorgeschlagene Bewertungsmethodik und die Effizienz von Wetterderivaten für das Hedgen von Niederschlagsrisiken (Abschnitt 4).

## **2 Modellierung des Niederschlagsrisikos**

Bezüglich der Modellierung des Niederschlagsrisikos bestehen zwei Alternativen. Zum einen kann die Verteilung des Ereignisses, auf das sich das Derivat bezieht (z.B. ein Index), direkt geschätzt werden, sei es parametrisch oder nicht parametrisch. Diesen Weg beschreiten die bislang vorliegenden Arbeiten im Bereich des Agribusiness (BERG et al. 2005, TURVEY 2001, STOPPA und HESS 2003). Alternativ dazu kann ein Tagesniederschlagsmodell entwickelt werden, aus dem dann das relevante Ergebnis abgeleitet wird. Dieser Weg ist zunächst aufwändiger, aber aus zwei Gründen vorteilhaft: Zum einen sind die Verwendungsmöglichkeiten eines Tagesniederschlagsmodells im Rahmen einer „daily simulation“ sehr flexibel, denn es lassen sich daraus praktisch alle ertragsrelevanten Ereignisse, wie zum Beispiel Niederschlagssummen für verschiedene Kumulationsperioden, Trockenperioden, oder Extremniederschläge für beliebige Zeiträume ermitteln (SRIKANTHAN und MCMAHON 2001). Demgegenüber gilt eine direkte Schätzung der Verteilung des Niederschlagsindex immer nur für einen bestimmten gewählten Index. Zum anderen - und dies erscheint noch wichtiger als die höhere Flexibilität - ist die Schätzgenauigkeit von tagesbasierten Modellen aufgrund der wesentlich höheren Zahl von Beobachtungswerten höher (BRIX et al. 2002). Aus diesem Grund erfolgen die Bewertung und die Wirkungsanalyse von temperaturbezogenen Derivaten überwiegend auf der Grundlage von Tagestemperaturmodellen.

Ein entsprechendes Tagesniederschlagsmodell sollte in der Lage sein, folgende Charakteristika zu berücksichtigen:

- Die Niederschlagswahrscheinlichkeit unterliegt saisonalen Veränderungen. (Sie ist beispielsweise in Europa im Winter höher als im Sommer.)
- Der Prozess der täglichen Niederschlagswahrscheinlichkeiten ist autokorreliert, d.h. die Regenwahrscheinlichkeit steigt, wenn es bereits am Vortag geregnet hat.
- Die tägliche Niederschlagsmenge, gegeben dass es regnet, ist saisonabhängig. (Sie ist beispielsweise in Europa im Sommer höher als im Winter.)
- Die Volatilität der Niederschlagsmengen ändert sich ebenfalls im Jahresverlauf. (Sie ist beispielsweise in Europa im Sommer höher als im Winter.)

Im Folgenden wird ein Tagesniederschlagsmodell beschrieben, das die genannten Charakteristika abbilden kann. MORENO (2002) und CAO et al. (2004) folgend wird der stochastische Prozess der Tagesniederschläge zerlegt in einen stochastischen Prozess für das binäre Ereignis „Regen“ bzw. „Trockenheit“ sowie eine Verteilung für die Niederschlagsmenge gegeben, dass es sich um einen Regentag handelt. Eine Zufallsvariable  $X_t$  sei wie folgt definiert:

$$X_t = \begin{cases} 0, & \text{wenn der Tag } t \text{ trocken ist} \\ 1, & \text{wenn der Tag } t \text{ regnerisch ist} \end{cases} \quad (1)$$

Es wird angenommen, dass  $X_t$  einer Markovkette erster Ordnung folgt. Die Wahrscheinlichkeit  $p_t$ , dass es am Tag  $t$  regnet, kann dann wie folgt berechnet werden:

$$p_t = p_{t-1} \cdot q_t^{11} + (1 - p_{t-1}) \cdot q_t^{01}, \quad (2)$$

$t = 1, 2, \dots, n$

$q_t^{01}$  bezeichnet die Übergangswahrscheinlichkeit, dass es am Tag  $t$  regnet und der vorhergehende Tag  $t - 1$  trocken war. Ganz analog steht  $q_t^{11}$  für die Übergangswahrscheinlichkeit zwischen zwei aufeinander folgenden Regentagen. Man beachte, dass die Übergangswahrscheinlichkeiten  $q_t^{01}$  und  $q_t^{11}$  zeitveränderlich sind, d.h. sie variieren mit dem Kalendertag  $t$ .

Die Niederschlagsmenge  $y_t$  wird als eine unabhängige Folge von Zufallsvariablen mit einer stetigen Verteilung modelliert. In der Literatur werden mehrere Verteilungen mit nicht negativem Wertebereich diskutiert, unter anderem die Exponentialverteilung und die Gammaverteilung (GRUNWALD und JONES 2000). Als besonders flexibel hat sich die gemischte Exponentialverteilung erwiesen (WOOLHISER und ROLDAN 1982, WILKS 1998, WILKS 1999a, WILKS 1999b). Ihre Dichtefunktion lautet:

$$f(y_t | X_t = 1) = \frac{\alpha_t}{\beta_t} \cdot \exp\left(\frac{-y_t}{\beta_t}\right) + \frac{1-\alpha_t}{\gamma_t} \cdot \exp\left(\frac{-y_t}{\gamma_t}\right), \quad (3)$$

mit  $0 \leq \alpha_t \leq 1$  und  $0 < \beta_t < \gamma_t$

Die Parameter der gemischten Exponentialverteilung  $\alpha_t$ ,  $\beta_t$  und  $\gamma_t$  werden ebenfalls als zeitveränderlich angenommen. Damit wird der Saisonalität der Niederschlagsmenge Rechnung getragen. In dieser Form ist das Modell allerdings nicht schätzbar. Um die Zahl der zu schätzenden Parameter zu reduzieren wird jeder der genannten zeitveränderlichen Verteilungsparameter durch eine endliche Fourier-Reihe entwickelt:

$$\theta_{ij} = a_{j0} + \sum_{k=1}^{m_j} \left[ a_{jk} \cdot \sin\left(\frac{t \cdot k}{N} + b_{jk}\right) \right], \quad (4)$$

mit  $\theta_{t1} = q_t^{01}$ ,  $\theta_{t2} = q_t^{11}$ ,  $\theta_{t3} = \alpha_t$ ,  $\theta_{t4} = \beta_t$ ,  $\theta_{t5} = \gamma_t$  und  $N = \frac{365}{2 \cdot \pi}$

Darin sind  $a_{jk}$  und  $b_{jk}$  die Fourier-Koeffizienten und  $m_j$  die maximale Anzahl von Zyklen pro Jahr. Die Fourier-Koeffizienten können simultan unter Anwendung der Maximum-Likelihood Methode geschätzt werden. Die logarithmierten Likelihood-Funktionen für  $q_t^{01}$  und  $q_t^{11}$  bzw. für  $\alpha_t$ ,  $\beta_t$  und  $\gamma_t$  lauten (WOOLHISER und PEGRAM 1979):

$$\ln L = \sum_{t=1}^{365} \left[ c_t^{00} \cdot \ln(1 - q_t^{01}) + c_t^{01} \cdot \ln(q_t^{01}) + c_t^{10} \cdot \ln(1 - q_t^{11}) + c_t^{11} \cdot \ln(q_t^{11}) \right] \quad (5)$$

$$\ln L = \sum_{t=1}^T \ln[f(y_t | X_t = 1)] \quad (6)$$

In (5) gibt  $c_t^{ij}$  die Anzahl der Übergänge von Zustand  $i$  in den Zustand  $j$  am Tag  $t$  an, die in der Stichprobe beobachtet wurden.

Ein Wetterderivat bezieht sich stets auf eine Wettervariable, die an einer bestimmten Wetterstation erfasst wird. Aus der Tatsache, dass der Betrieb eines Landwirts, der ein bestimmtes Wetterderivat nachfragt, i.d.R. eine mehr oder weniger große Entfernung zur nächstgelegenen Wetterstation aufweisen wird, ergibt sich ein Basisrisiko. Es ist zu erwarten, dass dieses Risiko mit der Entfernung von der Messstation zunimmt. Dieses Basisrisiko kann mit Hilfe einer Dekorrelationsanalyse quantifiziert werden. RUBEL (1996) schlägt für die Modellierung des raumbezogenen Zusammenhangs von Niederschlägen in Europa folgende nicht-lineare Dekorrelationsfunktion vor:

$$\rho(d) = e_1 \cdot \exp(-e_2 \cdot d^{e_3}) \quad (7)$$

Dabei kennzeichnet  $\rho$  den Korrelationskoeffizienten zwischen dem Niederschlag an unterschiedlichen Orten und  $d$  die Entfernung zwischen der Messstation und dem Produktionsstandort des Landwirts. Obwohl die Dekorrelationsanalyse ein verbreitetes Instrument in der Meteorologie darstellt, sind zwei kritische Hinweise angebracht. Zum einen abstrahiert die Dekorrelationsfunktion von der Himmelsrichtung, in der man sich von der Messstation entfernt. Dadurch werden topographische Unterschiede vernachlässigt, die Einfluss auf die Niederschlagsmenge haben können. Zum anderen weisen EMBRECHTS et al. (1999) auf die grundsätzlichen Schwierigkeiten bei Verwendung von Korrelationskoeffizienten hin, wenn die zugrunde liegenden Verteilungen nicht der Klasse elliptischer Verteilungen angehören. Ungeachtet dieser Kritikpunkte soll das Konzept der Dekorrelationsanalyse in dieser Untersuchung zur Anwendung kommen.

### **3 Einzelbetriebliche Wirkungsanalyse einer Niederschlagsoption für nordostdeutsche Getreideproduzenten**

#### **3.1 Hintergrundinformation, Datengrundlage und Modellannahmen**

Die Getreideproduktion im Nordosten Deutschlands, speziell in Brandenburg, ist in hohem Maße vom Niederschlagsrisiko betroffen. In den insbesondere aus getreidebaulicher Sicht besonders relevanten Monaten April und Mai sind in Brandenburg (gemessen an der Wetterstation Berlin-Tempelhof) in den letzten 20 Jahren zwischen 4.5 mm und 136.3 mm Niederschlag gefallen (bei einem Mittelwert von 80.2 mm), und die Getreideerträge schwanken ähnlich stark. Die hohe Korrelation zwischen der Niederschlagsmenge und den Erträgen lässt sich durch die sandigen Böden mit geringer Wasserspeicherkraft und durch das Fehlen künstlicher Beregnung erklären. Eine Möglichkeit, sich gegen niederschlagsbedingte Ernteeinbußen zu versichern, besteht derzeit nicht. Angesichts der extremen Ernteauffälle in den Dürrejahre 2000 und 2003, in denen eine staatliche Katastrophenhilfe gewährt werden musste, um Landwirte vor der Illiquidität zu bewahren, ist der Wunsch nach einer solchen Absicherung bei den betroffenen Landwirten ausgeprägt. Insofern erscheint es besonders relevant, Niederschlagsderivate, die sich auf diese Region beziehen, als Instrument der Risikoreduzierung zu diskutieren. Im Folgenden wird angenommen, im OTC-Handel seien eine Put-Option und eine Call-Option auf unterschiedliche Niederschlagsindizes verfügbar. Durch Kauf einer Put-Option kann sich ein getreideproduzierender Betrieb zumindest teilweise gegen die negativen Auswirkungen sehr niedriger Niederschlagsmengen in den Monaten April und Mai absichern. Eine Call-Option auf die Niederschlagsmenge in den beiden ersten Juliwochen ermöglicht einem Betrieb dagegen, die Qualitäts- und Wartekosten einer nicht termingerechten Ernte zu

kompensieren. Die Kontraktsspezifikation für die hier betrachteten Derivate sind in Tabelle 1 zusammengefasst. Bezugspunkt der Niederschlagsmessung ist jeweils die für Brandenburg zentral gelegene Wetterstation Berlin-Tempelhof.

Tabelle 1: Spezifikation der betrachteten Niederschlagsoptionen

	<b>Option 1</b>	<b>Option 2</b>
Optionstyp	Put	Call
Auszahlung	$V \cdot \max(K - I_t, 0)$	$V \cdot \max(I_t - K, 0)$
Index $I_t$	$\sum_{t=01.04.}^{31.05.} y_t$	$\sum_{t=01.07.}^{15.07.} y_t$
Strike-Preis $K$	91 mm	30 mm
Tick-Size $V$	1 €pro Indexpunkt	
risikoloser Zinssatz $r$	5 %	
Laufzeit $\tau$	9 Monate	

Die Datengrundlage für die Analyse bilden Tagesniederschlagsmengen, die in Berlin-Tempelhof während des Zeitraums vom 01. Januar 1948 bis zum 31. August 2004 ( $T = 20\,683$ ) gemessen wurden. Für die Berechnung der Dekorrelationsfunktion stehen Daten von 23 Wetterstationen in Brandenburg für den Zeitraum zwischen 1. Januar 1983 und 31. Dezember 2003 zur Verfügung. Die Messstationen befinden sich in einer Entfernung von bis zu 100 Kilometern um Berlin-Tempelhof und sind relativ gleichmäßig im Raum verteilt.

Die Bestimmung des Preises der Put-Option erfolgt alternativ mit Hilfe der Burn-Analysis, der Index-Value-Simulation und der Daily-Simulation. Die Verfahren werden nachstehend kurz beschrieben. Eine ausführlichere Beschreibung und kritische Diskussion findet sich z.B. bei MUBHOFF et al. (2005).

#### *Burn-Analysis (historische Simulation)*

Im Rahmen der nicht-parametrischen Burn-Analysis wird basierend auf den 56 verfügbaren Beobachtungswerten für den Niederschlagsindex, die aus den empirischen Tagesniederschlagsmengen berechnet werden, die hypothetischen Rückflüsse der Option für den Beobachtungszeitraum bestimmt und mit dem risikolosen Zinssatz entsprechend der Laufzeit der Option diskontiert. Der Optionspreis ergibt sich aus dem Mittelwert der diskontierten Auszahlungen.

### *Index-Value-Simulation*

Zur Anwendung der parametrischen Index-Value-Simulation wird auf der Grundlage der 56 Beobachtungswerte die Verteilung für den Niederschlagsindex bestimmt. Mit Hilfe des MS-EXCEL-Add-In BEST-FIT wird getestet, welche Annahme bezüglich der Verteilung zutreffend ist. Gemäß Chi-Quadrat-, Kolmogorov-Smirnov- und Anderson-Darling-Test stellen die Weibull-Verteilung für die Kumulationsperiode „April/Mai“ bzw. die Erlang-Verteilung für die Kumulationsperiode „1. Julihälfte“ die beste Anpassung an die empirischen Verteilungen dar, wobei nur Verteilungen mit nichtnegativem Wertebereich betrachtet wurden. Aus diesen Verteilungen wird 50 000 Mal ein Wert für den jeweiligen Niederschlagsindex generiert und der diskontierte Rückfluss der Option bestimmt. Der Mittelwert der Rückflüsse entspricht dem Optionspreis.

### *Daily-Simulation*

Bei der Anwendung der Daily-Simulation wird die Dynamik der Tagesniederschläge über die jeweilige Kumulationsperiode simuliert. Ausgehend von der simulierten Tagesniederschlagsentwicklung wird der Niederschlagsindex berechnet. Anschließend kann der diskontierte Rückfluss der Option bestimmt werden. Die Berechnung wird ebenfalls 50 000 Mal wiederholt und daraus der Mittelwert bestimmt.

Es ist darauf hinzuweisen, dass alle drei angesprochenen Verfahren einen theoretischen Mangel aufweisen, insofern, als die Arbitragefreiheit der ermittelten Optionspreise nicht gewährleistet ist. Eine Schwierigkeit bei der Bepreisung von Wetterderivaten ergibt sich bekanntlich daraus, dass das Bezugsobjekt (Wetter) nicht handelbar ist und damit kein risikoloses Hedgeportfolio aus dem Derivat und dem Bezugsobjekt (Underlying) gebildet werden kann. Dies ist jedoch die Voraussetzung für die Anwendung von No-Arbitrage-Modellen im Allgemeinen und dem Black-Scholes-Ansatz im Besonderen. In der Literatur werden verschiedene Vorschläge gemacht, um dieses Problem zu lösen (vgl. CAO und WEI 2003, RICHARDS et al. 2005). Bei allen vorgeschlagenen Verfahren besteht die Notwendigkeit, den Marktpreis für Wetterrisiko zu quantifizieren. Falls bereits ein Markt für diese Derivate existiert, kann der Marktpreis für Wetterrisiko implizit aus den Preisnotierungen abgeleitet werden. Dies ist in der betrachteten Anwendungssituation nicht der Fall, so dass nur die Möglichkeit besteht, diesen unbekanntem Wert zu parametrisieren. Davon wird im vorliegenden Beitrag abgesehen, da eine solche Analyse bereits in den oben genannten Arbeiten erfolgt ist. Darüber hinaus erscheint die an sich wünschenswerte Eigenschaft der Arbitragefreiheit in der angenommenen

Situation eines OTC-Handels nicht so relevant, da ein Handel während der Kontraktlaufzeit nicht stattfindet. Bei der Interpretation der Ergebnisse sollte allerdings bedacht werden, dass die ausgewiesenen Optionspreise, also die Kosten der Absicherung aus Sicht des Landwirts, Untergrenzen für die tatsächlich zu erwartenden Kosten darstellen, da die Anbieter (Versicherungen, Banken) Risikozuschläge erheben werden.

## 3.2 Ergebnisse

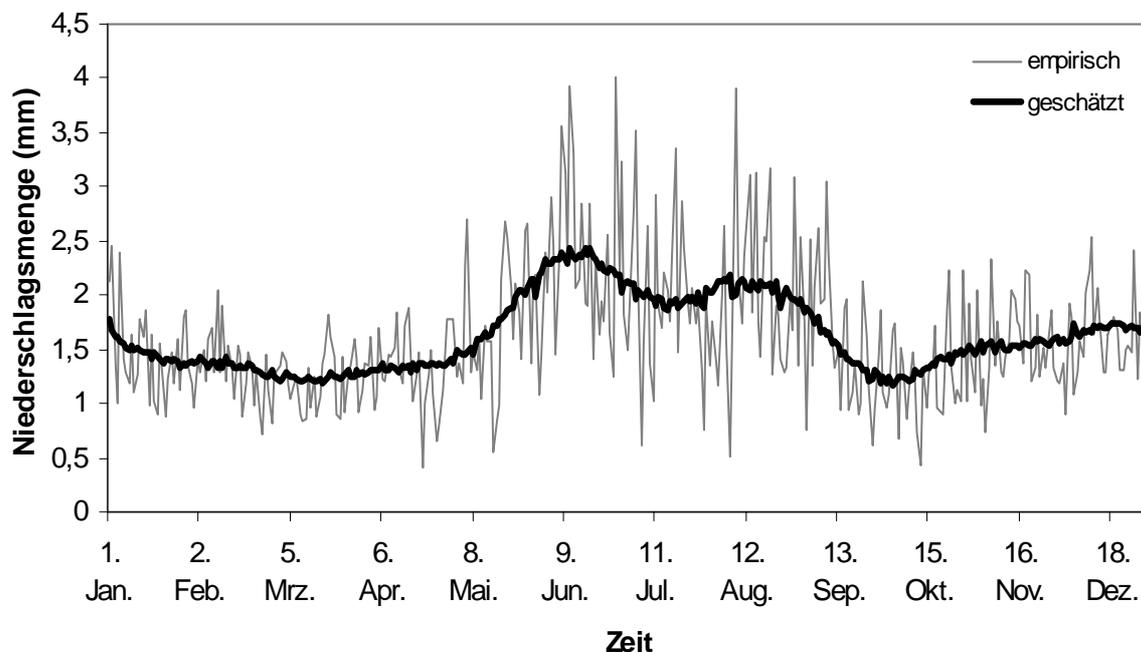
### *Schätzung des Tagesniederschlagsmodells*

Zur Schätzung der Parameter des Tagesniederschlagsmodells (1) bis (4) werden die Likelihoodfunktionen (5) und (6) mit einem genetischen Algorithmen maximiert. Die Parameter  $m_j$  werden mit Hilfe des Akaike-Informationen-Kriteriums (AIC) bestimmt. Die Schätzergebnisse sind in Tabelle A1 im Anhang enthalten. In Abbildung A1 ist die zeitliche Entwicklung der Übergangswahrscheinlichkeiten  $q_t^{01}$  und  $q_t^{11}$  grafisch enthalten. Abbildung 1 stellt die empirischen und die geschätzten Erwartungswerte der Tagesniederschlagsmengen im Jahresverlauf dar. Es wird deutlich, dass das Modell nicht nur den Jahresniederschlag, sondern auch die Saisonalität der Niederschlagsmengen gut abbildet. Aus Abbildung A2 ist zu erkennen, dass die Standardabweichung der geschätzten Tagesniederschläge im Sommer höher ist als im Winter. Somit gibt das Modell die oben genannten wesentlichen Merkmale der Wettervariablen „Tagesniederschlag“ wieder.

Ein Mangel des in Abschnitt 2 beschriebenen Tagesniederschlagsmodells besteht in der Unterschätzung der Varianz der Niederschlagsmenge in einem mehrwöchigen Zeitraum. So beträgt beispielsweise der empirische Schätzwert der Varianz der Niederschlagsmenge im Zeitraum April/Mai 1436, das Tagesniederschlagsmodell weist dagegen nur einen Wert von 882 aus. Da sich die betrachteten Optionen auf einen mehrwöchigen Zeitraum beziehen und die Volatilität ein wesentliches preisbestimmendes Merkmal darstellt, ist eine Unterschätzung der Optionspreise durch die Daily-Simulation zu erwarten. Die beobachtete Unterschätzung der Varianz wurde bereits in anderem Zusammenhang festgestellt und mit dem Begriff „Low-Frequency-Variability-Bias“ belegt (siehe z.B. DUBROVSKY et al. 2004). HANSEN und MAVROMATIS (2001) zeigen verschiedene Ansatzstellen auf, um diesen Bias zu verringern. In der vorliegenden Untersuchung werden mehrere Maßnahmen umgesetzt: Zum einen werden die mit Hilfe der Fourier-Reihe approximierten Übergangswahrscheinlichkeiten  $q_t^{01}$  und  $q_t^{11}$  durch ihre empirischen Schätzwerte ersetzt, die eine deutliche höhere Variabilität aufweisen

(Abbildung A1). Darüber hinaus werden die Parameter der gemischten Exponentialverteilung  $\alpha_t$ ,  $\beta_t$  und  $\gamma_t$  in der Weise festgelegt, dass die resultierenden Varianzen den empirischen Schätzwerten für die Varianz der Tagesniederschläge entsprechen (siehe Abbildung A2). Zum anderen wird DUBROVSKY et al. (2004) folgend anstelle eines Markov-Prozesses erster Ordnung ein Markov-Prozess zweiter Ordnung geschätzt. Dadurch lassen sich längere Sequenzen aufeinander folgender Regen- bzw. Trockentage besser abbilden, was zu einer Varianzerhöhung der kumulierten Niederschlagsmenge führt. Zur Unterscheidung des ursprünglichen und des modifizierten Tagesniederschlagsmodells werden diese im Folgenden als „Daily-Simulation I“ bzw. „Daily-Simulation II“ bezeichnet.

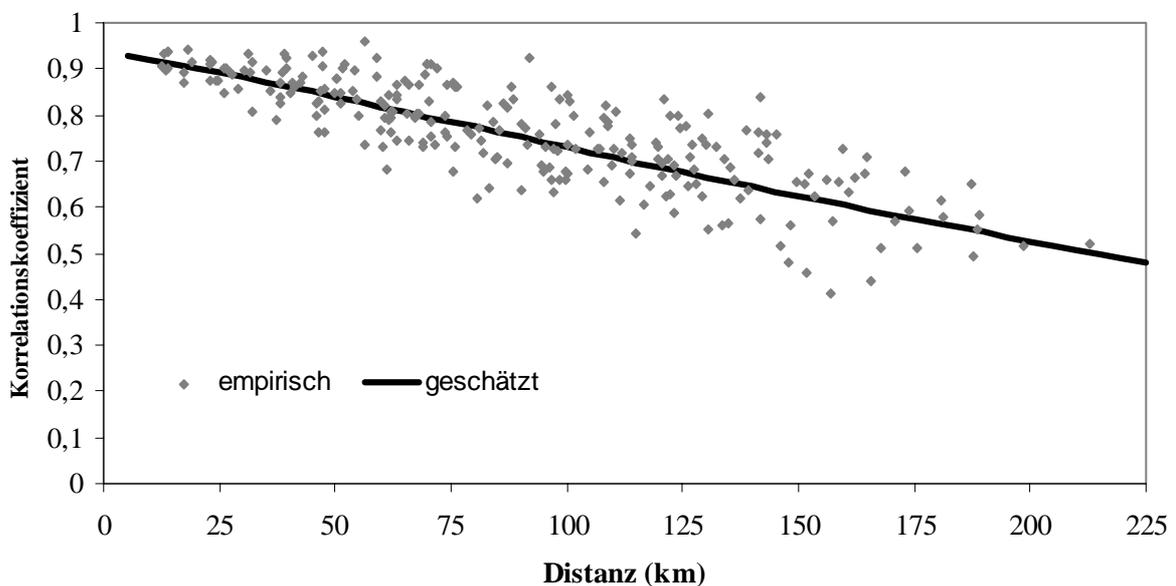
Abbildung 1: Tatsächliche und geschätzte mittlere Tagesniederschlagsmengen (Wetterstation Berlin-Tempelhof)



Das raumbezogene Basisrisiko wird im Folgenden beispielhaft für die Niederschlagssumme zwischen April und Mai berechnet (Option 1). Zunächst werden die Korrelationskoeffizienten des Niederschlagsindex zwischen jeweils zwei Stationen bestimmt. Anschließend werden die Entfernungen zwischen den Stationen ermittelt, die als erklärende Variable in die nichtlineare Regressionsbeziehung (7) einfließen. Die Parameterschätzwerte für die Dekorrelationsfunktion lauten  $e_1 = 0.9331$ ,  $e_2 = 0.0009$  und  $e_3 = 1.2183$ . Abbildung 2 zeigt den Verlauf der Dekorrelationsfunktion, der erwartungsgemäß negativ ist. Während die Korrelation der Niederschlagssumme zwischen Berlin-Tempelhof und einer 25 Kilometer entfernten Station ca. 0.9

beträgt, sinkt dieser Wert in 200 Kilometern Entfernung auf etwa 0.5. Ein  $R^2$  von 0.66 macht deutlich, dass die geschätzte Dekorrelationsfunktion als gute Approximation an die empirischen Korrelationen angesehen werden kann. Einschränkend ist allerdings anzumerken, dass in Brandenburg die topographischen Gegebenheiten der Annahme eines lage- bzw. richtungsunabhängigen Zusammenhangs entgegenkommen und dieser Zusammenhang im Mittelgebirgs- oder Alpenraum möglicherweise weniger stringent ist. Darüber hinaus macht das Scatterdiagramm deutlich, dass Heteroskedastizität vorliegt, d.h. der Zusammenhang zwischen Entfernung und Korrelation wird mit zunehmender Entfernung unschärfer.

Abbildung 2: Dekorrelationsfunktion für die Niederschlagssumme April-Mai in Brandenburg



### *Bewertung der Niederschlagsoptionen*

In Tabelle 2 sind die Preise für die oben beschriebenen Optionen enthalten, die sich bei Anwendung der Burn-Analyse, der Index-Value-Simulation und der beiden Varianten der Daily-Simulation ergeben. Die Burn-Analyse und die Index-Value-Simulation führen bei beiden Optionen zu ähnlichen Preisen. Die Ähnlichkeit der Ergebnisse impliziert, dass die Weibull-Verteilung für die Kumulationsperiode „April/Mai“ und die Erlang-Verteilung für die Kumulationsperiode „1. Julihälfte“ eine gute Annäherung an die jeweilige empirische Verteilung des Niederschlagsindex darstellen. Demgegenüber sind die mittels Daily-Simulation berechneten Preise im Vergleich zur Burn-Analyse niedriger. Dieser Unterschied fällt bei der Daily-Simulation I für die Put-Option deutlich aus. Ursache ist der bereits angesprochene zu geringe Schätzwert der Volatilität. Durch die beschriebene Modifikation bei der Schätzung des

Tagesniederschlagsmodells kann dieser Effekt vermindert aber nicht vollständig aufgehoben werden. Weiterhin wird deutlich, dass die relativen Unterschiede der Bewertungsverfahren von dem zu bewertenden Derivat abhängen. So liegen die Preise aller Verfahren für die Call-Option, die sich auf eine kürzere Kumulationsperiode bezieht, dicht beieinander.

Tabelle 2: Optionspreise bei Anwendung verschiedener Bewertungsverfahren

	<b>Burn-Analyse</b>	<b>Index-Value-Simulation</b>	<b>Daily-Simulation I</b>	<b>Daily-Simulation II</b>
Put-Option	14.28	15.17	10.58	11.91
Call-Option	7.68	8.05	7.05	7.52

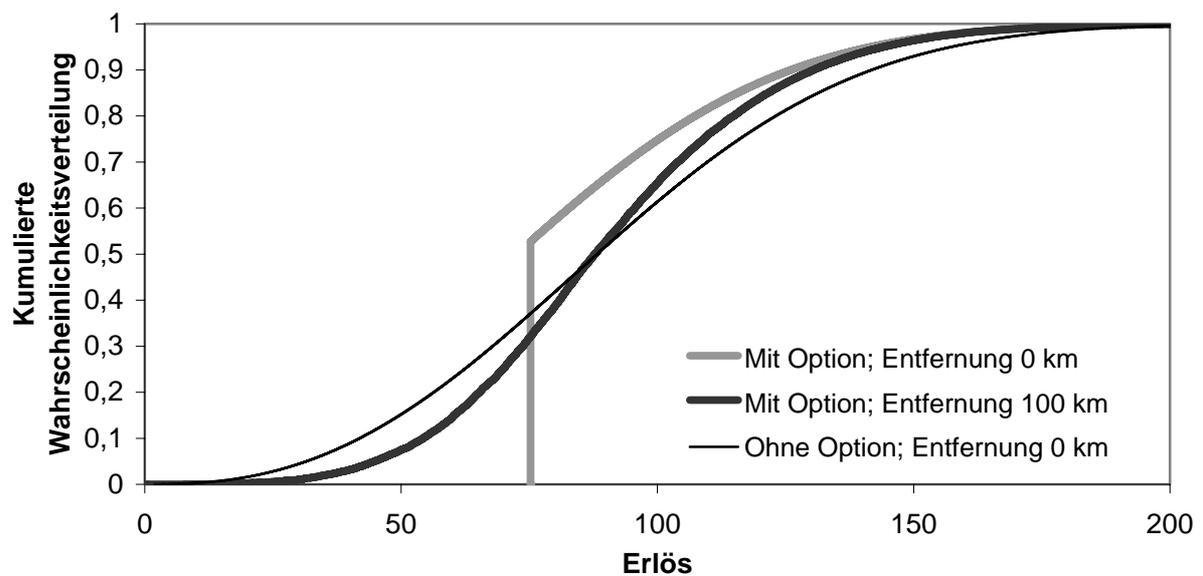
### *Einzelbetriebliche Wirkungsanalyse*

Abschließend wird am Beispiel der Put-Option untersucht, wie sich die Verfügbarkeit eines Niederschlagsderivats auf die Risikoexposition von Getreideproduzenten mit unterschiedlicher Entfernung zur Messstation auswirkt. Da hier die Analyse des geografischen Basisrisikos im Vordergrund steht, wird vereinfachend von allen anderen Produktionsrisiken abstrahiert. Weiterhin wird angenommen, die Beziehung zwischen Niederschlagssumme „April/Mai“ und dem Getreideertrag sei linear und die Korrelation eins. Durch diese vereinfachenden Annahmen wird es möglich, Niederschlagsverteilungen unmittelbar als Erlösverteilungen zu interpretieren. Die Generierung der Verteilung für den Niederschlagsindex erfolgt mittels Index-Value-Simulation entsprechend der zuvor geschätzten Weibull-Verteilung unter Berücksichtigung der Dekorrelationsfunktion. Tabelle 3 und Abbildung 3 zeigen, dass ein Produzent in unmittelbarer Nähe zu Messstation durch Erwerb einer Put-Option das „Downside-Risiko“ eliminieren kann. Die Varianz der Erlöse kann um etwa 65 Prozent reduziert werden. Der Erwartungswert der Verteilungen ändert sich nicht, da der Preis der Option als Erwartungswert der Auszahlungen nach Maßgabe tatsächlicher (und nicht risikoneutraler) Verteilungen bestimmt wurde. Wie bereits erwähnt, stellt dieser Preis eine Wertuntergrenze dar; die tatsächlichen Preise werden aufgrund von Risikozuschlägen und Transaktionskosten höher sein, was zu einer Linksverschiebung der Verteilungen mit Option führt. Weiterhin wird deutlich, dass die risikomindernde Wirkung der Option mit zunehmender Entfernung abnimmt. Bei der Interpretation der Ergebnisse sind die vereinfachenden Annahmen bezüglich der „Produktionsfunktion“ zu vergegenwärtigen. In der Realität sind die Erträge nicht vollständig mit dem Niederschlagsindex korreliert, was den Absicherungseffekt weiter vermindert (vgl. BERG et al. 2005).

Tabelle 3: Kennzahlen der Erlösverteilungen ohne und mit Option an unterschiedlichen Standorten

		ohne Option	mit Option			
Entfernung (Korrelationskoeffizient)		0 km (1.00)	0 km (1.00)	25 km (0.89)	100 km (0.73)	200 km (0.53)
Erwartungswert		90.5278	90.5346	90.5360	90.53443	90.5347
Varianz		1468.9080	555.7463	689.3560	906.1495	1182.3950
Quantile	5 %	31.5255	75.2600	55.7921	44.8016	36.9530
	10 %	41.8978	75.2600	61.8344	54.3015	47.0091
	15 %	49.7326	75.2600	66.0318	60.3195	54.6038
	50 %	88.2350	75.2600	85.8361	87.8728	88.8872
	90 %	141.8256	126.0856	126.2684	130.4654	135.8326
	95 %	157.3603	141.6203	141.6340	144.0778	149.9206

Abbildung 3: Erlösverteilungen mit und ohne Absicherung in Abhängigkeit von der Entfernung



#### 4 Schlussfolgerungen

Eine Wirkungsanalyse von Wetterderivaten setzt die Lösung von drei Problembereichen voraus: erstens, die statistische Modellierung der relevanten Wettervariablen, zweitens, aus Sicht potenzieller Nachfrager die Quantifizierung des Zusammenhangs zwischen der Wettervariablen und der Produktion und drittens, die Entwicklung theoretisch konsistenter Modelle zur Preisbestimmung von Derivaten, wobei alle drei Bereiche miteinander verknüpft sind. Der vorliegende Beitrag fokussiert auf den erstgenannten Aspekt. Es wird ein Tagesniederschlagsmodell spezifiziert, aus dem sich Indices ableiten lassen, die die Auszahlung des Derivats bestimmen. Auf der Grundlage dieses Modells lassen sich „faire Preise“ bestimmen, die als Wertuntergrenze für ein Derivat verstanden werden können. Der Vergleich mit anderen, einfacheren Verfahren zeigt deutliche Unterschiede bei der Bewertung der Niederschlagsderivate, was zunächst die Bedeutung der Modellwahl unterstreicht. Eine eindeutige Aussage zur relativen Vorzüglichkeit der Bewertungsansätze lässt sich nur schwer treffen. Die Bewertung von niederschlagsbezogenen Derivaten auf Basis der Daily-Simulation weist gegenüber der nichtparametrischen Burn-Analyse und der Index-Value-Simulation den Vorteil geringerer Konfidenzintervalle bei der Schätzung der Verteilung der Auszahlung des Derivats auf (siehe BRIX et al., S. 139). Andererseits ist die Gefahr einer Fehlspezifikation eines subtilen Tagesniederschlagsmodells relativ hoch, eine Gefahr, die bei einer direkten Schätzung des Niederschlagsindex erst gar nicht auftreten kann. Konkret hat sich im vorliegenden Fall gezeigt, dass die Volatilität der zweimonatigen Niederschlagssummen als wertbestimmende Größe für den Derivatpreis im Vergleich zu den empirischen Werten unterschätzt wurde. Welchem statistischen Ansatz der Vorzug zu geben ist, hängt unter anderem von der Datenverfügbarkeit und dem Anwendungskontext ab. Eine systematische Modellvalidierung, zum Beispiel auf der Grundlage von quasi-exante Prognosen für den Niederschlagsindex stellt eine künftige Forschungsaufgabe dar.

Unabhängig von der Frage der Bewertungsmethode für das Derivat lassen sich aus anwendungsorientierter Sicht folgende Schlussfolgerungen ziehen: Die risikomindernde Wirkung von Niederschlagsderivaten ist in weitaus stärkerem Maße regional begrenzt, als dies bei temperaturbezogenen Derivaten der Fall ist. In dem hier betrachteten Beispiel Brandenburgs sinkt die Korrelation des Niederschlagsindex schon in 100 Kilometer Entfernung von der Messstation Berlin-Tempelhof auf ca. 0.75. Bedenkt man noch den in diesem Beitrag außer acht gelassenen zufallsbehafteten Zusammenhang zwischen Niederschlag und Produktion bzw. Erlös, erscheint der Einsatz von Wetterderivaten als Risikomanagementinstrument fraglich. Aus

dieser Feststellung folgt, dass potenzielle Anbieter von niederschlagsbezogener Versicherungen ein möglichst dichtes Netz von Wetterstationen als Referenzpunkte zulassen sollten. Dies führt zwar zu einer Zersplitterung der Nachfrage, schafft aber erst die Voraussetzung für ein Interesse seitens der Landwirte. Weiterer Forschungsbedarf besteht bezüglich der wirkungsorientierten Spezifikation von Auszahlungsfunktionen. Die bislang im Mittelpunkt stehenden kumulierten Niederschläge dürften aus Sicht vieler Produzenten zu wenig zielgerichtet sein. Das hier vorgestellte Niederschlagsmodell kann gute Hilfestellung für derartige Wirkungsanalysen bieten.

## Literatur

- ALATON, P., DJEHICHE, B., STILLBERGER, D. (2002): On Modelling and Pricing Weather Derivatives. *Applied Mathematical Finance* 9(1): 1-20.
- ASSELDONK, M.A.P.M. VAN, OUDE LANSINK, A.G.J.M. (2003): Weather Based Index Insurance to Hedge Temperature Exposure of Greenhouse Horticultural Farms. In: Wesseler, J., Weikard, H.P., Weaver, R.D. (eds.): *Risk and Uncertainty in Environmental and Natural Resource Economics*. Edward Elgar, Cheltenham: 235-249.
- BERG, E.; SCHMITZ, B.; STARP, M. UND TRENKEL, H. (2005): Wetterderivate: Ein Instrument im Risikomanagement für die Landwirtschaft?. *German Journal of Agricultural Economics* 54(2):158-170.
- BRIX, A., JEWSON, S., ZIEHMANN, C. (2002): Weather Derivative Modelling and Valuation: A Statistical Perspective. In: Dischel, R. S. (ed): *Climate Risk and the Weather Market*. Risk Books, London: 127-150.
- CAO, M., LI, A., WEI, J. (2004): Precipitation Modeling and Contract Valuation: A Frontier in Weather Derivatives. *The Journal of Alternative Investments*. Fall 2004: 93-99.
- CAO, M., WEI, J. (2003): Weather Derivatives Valuation and Market Price of Weather Risk. Working Paper. Schulich School of Business, York University, Toronto, Ontario, Canada.
- DUBROVSKY, M., BUCHTELE, J., ZALUD, Z. (2004): High-Frequency and Low-Frequency Variability in Stochastic Daily Weather Generator and its Effect on Agricultural and Hydrologic Modelling. *Climatic Change* 63: 145-179.
- EMBRECHTS, P., MCNEIL, A. STRAUMANN, D. (1999): Correlation: Pitfalls and Alternatives. *Risk* 12(5): 69-71.
- GRUNWALD, G.K., JONES, R. (2000): Markov Models for Time Series with Mixed Distribution. *Environmetrics* 11(3): 327-339.
- HANSEN, J. W., MAVROMATIS, T. (2001): Correcting Low-frequency Variability Bias in Stochastic Weather Generators. *Agricultural and Forest Meteorology* 109: 297-310.
- MORENO, M. (2002): Rain Risk. Research Paper. Speedwell Weather Derivatives, London.
- MUBHOFF, O., ODENING, M., XU, W. (2005): Pricing of Weather Derivatives as Innovative Risk Management Tools in Agriculture. *German Journal of Agricultural Economics* 54(4): 197-209.
- RICHARDS, T. J., MANFREDO, M. R., SANDERS, D. R. (2004): Pricing Weather Derivatives. *American Journal of Agricultural Economics* 86(4): 1005-1017.
- RUBEL, F. (1996): Scale Dependent Statistical Precipitation Analysis. *Proceedings of the International Conference on Water Resource and Environment Research* 1: 317-324.

- SRIKANTHAN, R., MCMAHON, T.A. (2001): Stochastic Generation of Annual, Monthly and Daily Climate Data: A Review. *Hydrology and Earth System Sciences* 5(4): 653-670.
- STOPPA, A., HESS, U. (2003): Design and Use of Weather Derivatives in Agricultural Policies: the Case of Rainfall Index Insurance in Morocco. Paper presented at the International Conference "Agricultural Policy Reform and the WTO: Where are we heading", Capri (Italy), June 23-26, 2003.
- TURVEY, C. G. (2001): Weather Derivatives for Specific Event Risks in Agriculture. *Review of Agricultural Economics* 23(2): 333-351.
- WILKS, D.S. (1998): Multisite Generalization of a Daily Stochastic Precipitation Generation Model. *Journal of Hydrology* 210(1-4): 178-191.
- WILKS, D.S. (1999a): Simultaneous Stochastic Simulation of Daily Precipitation, Temperature and Solar Radiation at Multiple Sites in Complex Terrain. *Agricultural and Forest Meteorology* 96(1-3): 85-101.
- WILKS, D.S. (1999b): Multisite Downscaling of Daily Precipitation with a Stochastic Weather Generator. *Climate Research* 11(2): 125-136.
- WOOLHISER, D.A., PEGRAM, G.S. (1979): Maximum Likelihood Estimation of Fourier Coefficients to Describe Seasonal Variations of Parameters in Stochastic Daily Precipitation Models. *Journal of Applied Meteorology* 18(1): 34-42.
- WOOLHISER, D.A., ROLDAN, J. (1982): Stochastic Daily Precipitation Models: 2. A Comparison of Distributions of Amounts. *Water Resources Research* 18(5): 1461-1468.

## **Danksagung**

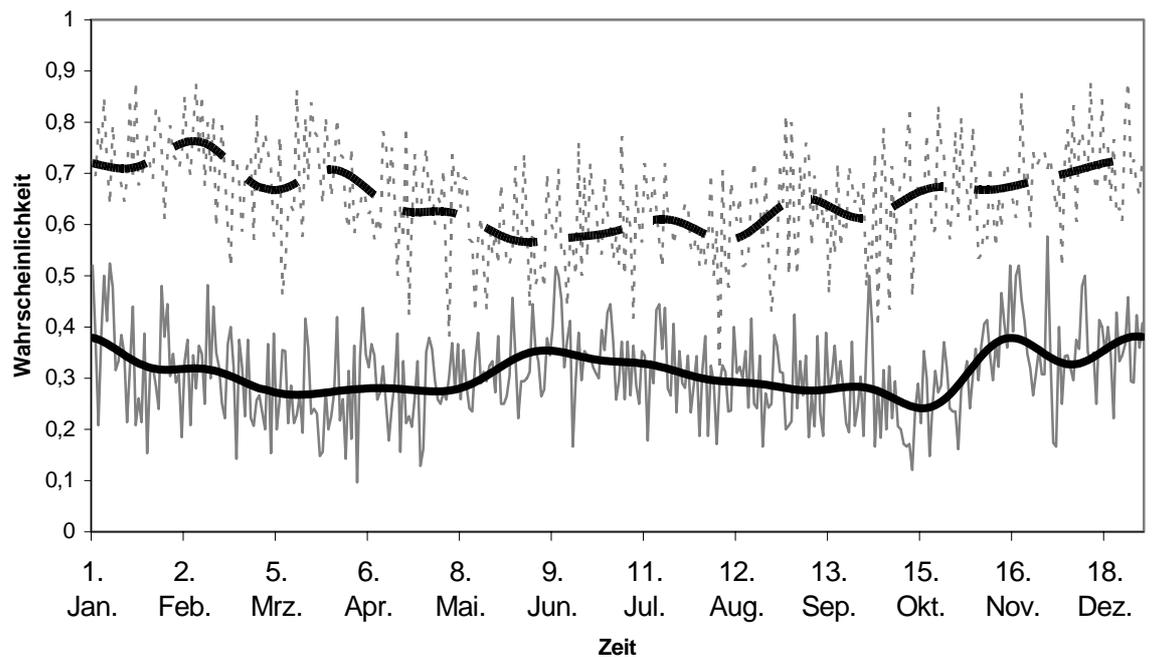
Oliver Mußhoff dankt der Klaus-Tschira-Stiftung, gemeinnützige GmbH, und Martin Oeding der Deutschen Forschungsgemeinschaft für finanzielle Unterstützung.

## Anhang

Tabelle A1: Parameter der Fourier-Reihen

Parameter	$q_t^{01}$	$q_t^{11}$	$\alpha_t$	$\beta_t$	$\gamma_t$
	$m = 9$		$m = 7$		
$a_0$	0.3088	0.6523	0.3360	0.6981	4.8393
$a_{11}$	0.0115	0.0721	0.0578	0.3076	-1.8824
$a_{12}$	-0.0428	0.0141	-0.0125	-0.0912	0.5351
$a_{13}$	-0.0018	-0.0021	-0.0115	-0.0184	-0.1639
$a_{14}$	-0.0081	0.0053	0.0306	0.0544	-0.4996
$a_{15}$	0.0100	0.0082	0.0286	0.1138	0.5307
$a_{16}$	0.0061	0.0014	0.0174	-0.0347	-0.2477
$a_{17}$	-0.0143	-0.0180	0.0050	0.0140	-0.0330
$a_{18}$	0.0101	-0.0041			
$a_{19}$	-0.0072	-0.0115			
$b_{11}$	1.7196	1.4077	-1.9875	-1.6717	1.2751
$b_{12}$	-1.2324	-0.0836	1.0462	-0.6916	1.4599
$b_{13}$	0.2725	0.0597	-0.9854	-0.6496	-1.2084
$b_{14}$	0.3233	0.7224	-0.9662	-0.5874	1.0135
$b_{15}$	-0.4271	-1.2903	0.6206	0.2451	0.5322
$b_{16}$	-0.0292	1.3699	1.3485	-0.0070	-0.3666
$b_{17}$	-1.5820	0.4689	-0.7426	0.5559	-0.0088
$b_{18}$	1.7427	0.3053			
$b_{19}$	-0.4533	-1.7463			

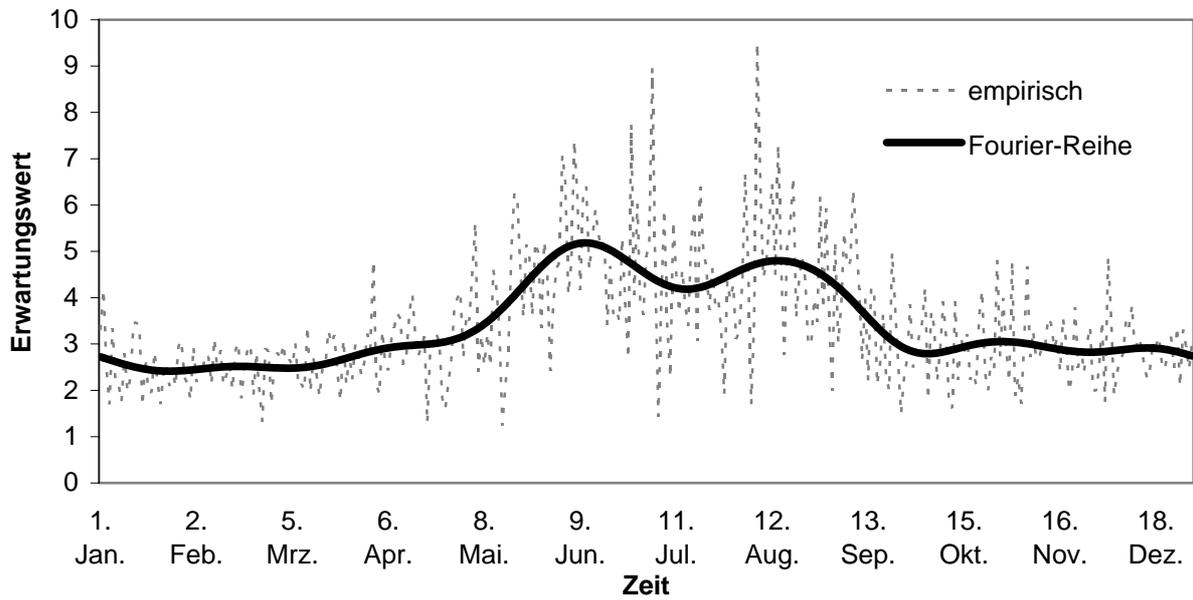
Abbildung A1: Bedingte Übergangswahrscheinlichkeiten



—  $q_t^{01}$  empirisch —  $q_t^{01}$  Fourier-Reihe .....  $q_t^{11}$  empirisch - -  $q_t^{11}$  Fourier-Reihe

Abbildung A2: Schätzwerte für Erwartungswert und Standardabweichung für die positiven Tagesniederschlagsmengen

a) Erwartungswert



b) Standardabweichung

