

HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
Wirtschafts- und Sozialwissenschaften an der
Landwirtschaftlich - Gärtnerischen Fakultät



Nr. 55/2000

Odening, Martin

Der Optionswert von
Sachinvestitionen - Theoretischer
Hintergrund und Bewertungsmethoden

WORKING PAPER



Luisenstraße 56, D - 10099 Berlin (Mitte), Germany
tel.: + (49) - 30 - 2093 6317; fax: + (49) - 30 - 2093 6474

Der Optionswert von Sachinvestitionen – Theoretischer Hintergrund und Bewertungsmethoden

1. Einleitung

Investitionsentscheidungen sind durch zwei Besonderheiten charakterisiert. Zum einen tritt das Problem der Unsicherheit in massiver Form auf, da Investitionsrückflüsse über einen relativ langen Zeitraum eingeschätzt werden müssen und das Risiko mit zunehmendem Zeithorizont wächst. Zum anderen verursachen Investitionen versunkene Kosten, d.h. Kosten, die nach durchgeführter Investition irreversibel und auch im Fall einer Produktionsaufgabe nicht einzusparen sind. Während beide Aspekte für sich genommen bereits lange Gegenstand intensiver Forschung sind, ist die Kombination beider Sachverhalte und die Analyse der sich daraus ergebenden Konsequenzen ein relativ junges Forschungsgebiet. Es hat unter den Bezeichnungen „Real Options Approach to Investment“ oder „Neue Investitionstheorie“ Eingang in die Literatur gefunden. Ausgangspunkt ist dabei die Analogie zwischen einer Finanzoption und einer Sachinvestition. Eine Sachinvestition, deren Durchführungszeitpunkt variabel ist, kann mit einer amerikanischen Kaufoption verglichen werden (TRIGEORGIS 1988): Der (unsichere) Gegenwartswert der Investitionsrückflüsse entspricht dabei dem (stochastischen) Aktienkurs, die Investitionskosten entsprechen dem Ausübungspreis und der Zeitraum, in dem die Investitionsmöglichkeit gegeben ist, entspricht der Laufzeit der Option. Damit eröffnet sich grundsätzlich die Möglichkeit, die von BLACK und SHOLES (1973) entwickelte Theorie zur Bewertung von Finanzoptionen auch für Sachinvestitionen nutzbar zu machen.

Diese Übertragung erfolgte erstmals durch McDONALD und SIEGEL (1984, 1986) und wurde später insbesondere durch DIXIT (1989), PINDYCK (1991) sowie DIXIT und PINDYCK (1994) weiterentwickelt und verfeinert. Die qualitative Kernaussage dieser Arbeiten lautet: Besteht Unsicherheit bezüglich der Rückflüsse einer Investition und ist die Möglichkeit gegeben, die Investition zeitlich zu verschieben, so kann es im Sinne einer Gewinnmaximierung vorteilhaft sein, zu warten, anstatt sofort zu investieren, auch wenn der (erwartete) Kapitalwert zum Planungszeitpunkt positiv ist bzw. der interne Zinsfuß den Kalkulationszins überschreitet. Der Grund ist darin zu sehen, dass durch das Warten zwar einerseits Kosten in Folge der Diskontierung später anfallender Gewinne entstehen, andererseits aber ein Informationszuwachs hinsichtlich der Investitionsrückflüsse eintritt, der es u.U. ratsam erscheinen lässt, die Investitionsoption nicht auszuüben. Die Investitionsmöglichkeit besitzt somit einen über den Gegenwartswert der Rückflüsse hinausgehenden Optionswert, der bei Realisierung (Ausübung) ver-

nichtet wird. Anders ausgedrückt: eine sofortige Durchführung einer risikobehafteten Investition sollte erst dann erfolgen, wenn der Gegenwartswert der Rückflüsse nicht nur die Anschaffungskosten, sondern auch den Optionswert (genauer: Zeitwert) überschreitet. Durch analoge Überlegungen kann gezeigt werden, dass es nach erfolgter Investition rational sein kann, in bestimmtem Umfang *operative* Verluste zu tolerieren, bevor eine (irreversible) Desinvestition (z.B. Betriebszweigaufgabe) erfolgen sollte (DIXIT 1992).

Die Erkenntnis, dass Warten Vorteile bei der Durchführung von Investitionen bringen kann, ist an sich nicht neu, sondern lässt auch aus der sog. flexiblen Investitionsplanung ableiten (siehe z.B. INDERFURTH 1982). Neu ist allerdings, dass im Rahmen der Optionspreistheorie unter bestimmten Annahmen eine präferenzfreie Bewertung möglich ist, d.h. eine Bewertung, die unabhängig von der Risikoeinstellung der Investoren ist.

Die Relevanz und das Potenzial der neuen Investitionstheorie für agrarökonomische Fragestellungen sind bereits erkannt worden. So hebt z.B. HANF (1997) die Bedeutung des Value of Waiting für landwirtschaftliche Investitionen unter europäischen Bedingungen hervor und begründet dies insbesondere mit Politikänderungsrisiken. Dessen ungeachtet liegen bislang nur sehr wenige Anwendungen der Optionspreistheorie im landwirtschaftlichen Bereich vor¹. Eine Ursache für den relativ geringen Umfang realitätsnaher Anwendungen dürfte in den Schwierigkeiten bei der Ermittlung einer quantitativen Lösung zu suchen sein. Aus diesem Grund werden in dieser Arbeit verschiedene Methoden zur praktischen Bestimmung von Optionswerten vorgestellt (Abschnitt 3). Zuvor wird in Abschnitt 2 kurz der theoretische Hintergrund der Optionspreisbewertung erläutert. Abschnitt 4 geht auf einige Besonderheiten bei der Bewertung realer Optionen im Vergleich zu Finanzoptionen ein.

2. Theoretischer Hintergrund der Optionspreisbestimmung

Grundsätzlich bestehen zwei alternative Ansätze zur Bewertung von Optionen, die praktisch zum selben Resultat führen: die dynamische Programmierung und die Arbitrage­theorie (Contingent Claim Analysis) (vgl. DIXIT und PINDYCK 1994, S. 93ff.). Bei letzterer wird der Optionswert mit Hilfe eines dynamischen Hedge-Portfolios bestimmt, das die Option beinhaltet und dessen Wert bekannt ist. Der Vorteil dieses Konzeptes besteht darin, dass die zur Optionswertberechnung benötigte Diskontierungsrate aus einem allgemeinen Kapitalmarktgleichgewicht abgeleitet werden kann und nicht exogen vorgegeben werden muss (siehe auch Ab-

¹ Dazu zählen unter anderem die Arbeiten von PURVIS et al. (1995), KANG und BRORSEN (1995), WINTER-NELSON und AMEGBETO (1998) sowie WESSELER und WEICHERT (1999)

schnitt 4.2). Dessen ungeachtet wird hier der Ansatz der dynamischen Programmierung gewählt, da sich die im darauffolgenden Abschnitt anzusprechenden Lösungsverfahren überwiegend an der rückwärts-rekursiven Struktur der dynamischen Programmierung orientieren.

Betrachtet wird eine Investition mit Anschaffungskosten I , die einen unsicheren Gegenwartswert der Rückflüsse, $V(t)$, aufweist. $V(t)$ entwickelt sich gemäß einem zeitstetigen stochastischen Prozess

$$dV = f(V, t) dt + g(V, t) dz \quad (1)$$

Darin ist z eine noch näher zu bestimmende Zufallsvariable. Übliche Spezifikationen für (1) sind (geometrische) Brown'sche Prozesse, Mean-Reversion-Prozesse oder Poisson-Prozesse (siehe Abschnitt 4.1). Die Möglichkeit zur Investition sei innerhalb eines Zeitraumes $[0, T]$ gegeben. Im Fall einer Investition sind die Anschaffungskosten I vollständig versunken. Das ökonomische Problem besteht im einfachsten Fall in der Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes t^* bzw. eines kritischen Wertes V^* , bei dessen Überschreiten die Investition ausgelöst wird.

Für die Behandlung der genannten Problemstellung lässt sich das Bellman'sche Optimalitätsprinzip heranziehen. Im Fall eines binären Entscheidungsproblems, bei dem lediglich die Entscheidung zwischen Halten oder Ausüben der Option zu treffen ist, nimmt die Bellman'sche Funktionalgleichung folgende Form an (vgl. DIXIT und PINDYCK 1994, S. 109):

$$F(V, t) = \max \left\{ V(t) - I, \frac{1}{1+r} \frac{d}{dt} E(F(V + dV, t + dt) | V(t)) \right\} \quad (2)$$

Darin ist r ein exogen vorgegebener Zinssatz. (2) ist wie folgt zu interpretieren: $F(V, t)$ gibt den Wert der Option in Abhängigkeit von der Zeit und dem aktuellen Wert des Assets an. Dieser Optionswert ist stets das Maximum aus dem Wert bei Ausübung (innerer Wert, Termination Value, Intrinsic Value) und dem Wert bei Fortführung der Option (Zeitwert, Continuation Value). Der Wert, der sich bei Ausübung ergibt, ist beispielsweise im Fall eines Calls auf eine Aktie die Differenz aus aktuellem Aktienkurs und dem Basispreis, sofern diese Differenz positiv ist. Im Kontext realer Investitionen stellt der Kapitalwert den inneren Wert dar. Der Fortführungswert entspricht dem diskontierten Wertzuwachs der Option. Dieser ist eine Zufallsvariable und vom gegenwärtigen Zeitpunkt aus gesehen unbekannt. Deswegen ist der bedingte Erwartungswert, gegeben den aktuellen Wert $V(t)$, zu bilden. Im Fall einer Fortführung der Option ist der rechte Term des Klammerausdrucks größer und es gilt:

$$r F dt = E(dF) \quad (3)$$

Unter bestimmten Regularitätsannahmen lässt sich zeigen (z.B. DIXIT und PINDYCK 1994, S. 128f.), dass zu jedem Zeitpunkt ein eindeutiger Grenzwert $V^*(t)$ existiert, für den gilt:

$$F(V^*(t), t) = V^*(t) - I \quad (4)$$

$V^*(t)$ ist unbekannt und muss selbst als Teil der Lösung des Optimierungsproblems (2) bestimmt werden (Free Boundary Problem). Im folgenden werden einige Möglichkeiten angesprochen, um zu einer quantitativen Lösung zu gelangen.

3. Methoden zur Optionspreisbestimmung

Wie im vorangegangenen Abschnitt dargelegt wurde, lässt sich das eingangs formulierte Entscheidungsproblem bezüglich des optimalen Investitionszeitpunktes als Optionspreisproblem auffassen. Für die Berechnung von Optionspreisen liegen zahlreiche Verfahren vor. Dies ist darauf zurückzuführen, dass sich konkrete Bewertungsprobleme in sehr unterschiedlicher Form darstellen können, z.B. in Abhängigkeit von dem stochastischen Prozess, dem Typ der Option oder dem Planungshorizont, die einer unterschiedlichen Herangehensweise bedürfen. Abbildung 1 enthält einen Klassifikationsrahmen für Optionsbewertungsmethoden.

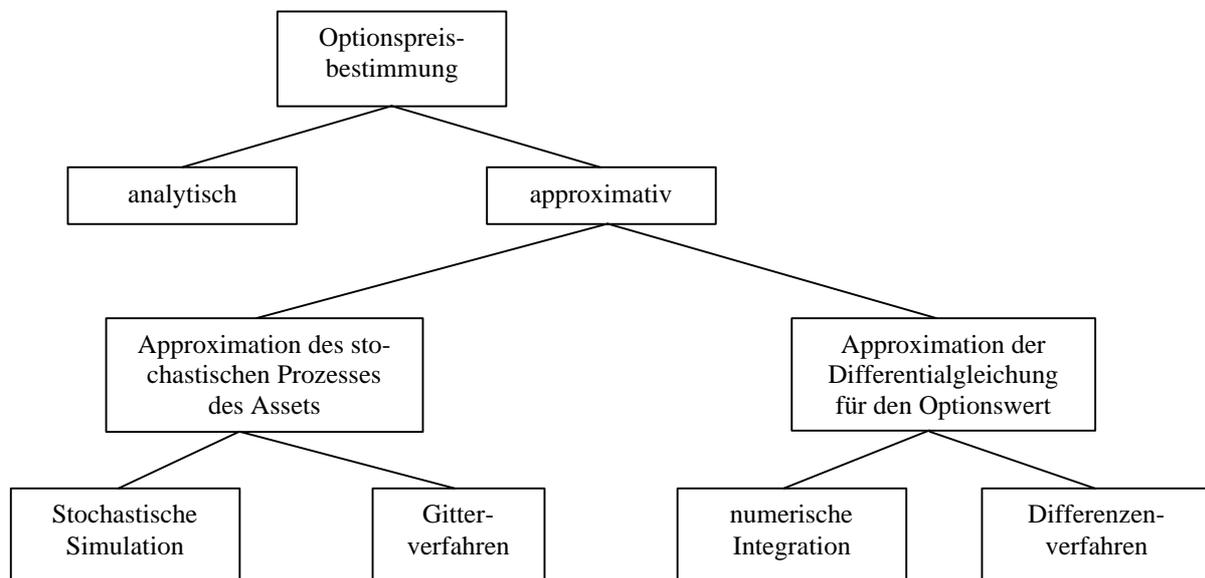


Abbildung 1: Methoden zur Optionspreisbestimmung

Eine grundsätzliche Unterscheidung bezieht sich auf (Un)Möglichkeit einer analytischen, geschlossenen Lösung für (2)². Ist eine solche nicht gegeben, muss auf approximative Verfahren zurückgegriffen werden³. Diese können entweder direkt an der (partiellen) Differential-

² Eine umfassende Formelsammlung zur Bestimmung von Optionspreisen findet sich bei HAUG (1998).

³ TRIGEORGIS (1996, S. 305ff.) und HULL (2000, S. 388ff.) geben einen Überblick über numerische Verfahren.

gleichung ansetzen, die sich aus (2) ergibt und die die zeitliche Entwicklung des Optionspreises beschreibt (siehe (7) in Abschnitt 3.1) oder an dem stochastischen Prozess des betrachteten Assets, in diesem Fall also der Sachinvestition. Wichtige Vertreter der letztgenannten Kategorie sind die stochastische Simulation sowie Gitterverfahren (Lattice Approach), wozu insbesondere Binomial- und Trinomialbäume zählen. Allen approximativen Verfahren ist gemeinsam, dass sie das zeitstetige Entscheidungsproblem diskretisieren. Unterschiede bestehen dagegen hinsichtlich der Diskretisierung der Zufallsvariablen. Der Schwerpunkt dieses Abschnitts liegt auf der Beschreibung von Monte-Carlo-Ansätzen, da in diesem Bereich in jüngster Zeit vielversprechende Weiterentwicklungen zu verzeichnen sind (Abschnitt 3.2). Zuvor wird in Abschnitt 3.1 zum besseren Problemverständnis das Vorgehen bei der Ableitung einer geschlossenen Lösung für den Optionspreis skizziert.

3.1. Analytische Lösung

Analytische Lösungen für die Berechnung des Optionswertes sind nur für relativ einfache Situationen möglich. Eine solche Situation ist beispielsweise gegeben, wenn eine unendliche Nutzungsdauer der Investition unterstellt wird und man annimmt, der Wert der diskontierten Rückflüsse folge einem geometrischen Brown'schen Prozess

$$dV = \mathbf{a} V dt + \mathbf{s} V dz \quad (5)$$

mit Driftrate $\mathbf{a} < r$ und Varianz \mathbf{s}^2 folgt. dz ist ein Wiener Prozess. Der Ausdruck $d(F)$ in der Optimalitätsbedingung (3) lässt sich dann mit Hilfe von Ito's Lemma entwickeln zu (vgl. DIXIT und PINDYCK 1994, S. 140):

$$dF = \frac{dF}{dV} dV + \frac{1}{2} \frac{d^2F}{dV^2} (dV)^2 \quad (6)$$

Setzt man (5) in diesen Ausdruck ein und berücksichtigt $E(dz) = 0$, erhält man

$$\frac{1}{2} \mathbf{s}^2 V^2 \frac{d^2F}{dV^2} + \mathbf{a} V \frac{dF}{dV} - r F = 0 \quad (7)$$

Der Optionswert der Investitionsmöglichkeit $F(V)$; muss also der linearen Differentialgleichung 2. Ordnung in (7) genügen. Eine spezielle Lösung muss folgende Randbedingungen erfüllen:

$$F(0) = 0, \quad (8a)$$

$$F(V^*) = V^* - I \text{ und} \quad (8b)$$

$$\frac{dF}{dV} \Big|_{V^*} = 1 \quad (8c)$$

Die erste Randbedingung (8a) ergibt sich aus der Annahme eines geometrischen Brown'schen Prozesses: Nimmt V zu irgendeinem Zeitpunkt den Wert Null an, verharrt es dort dauerhaft, so dass die Option selbst ebenfalls wertlos ist. Bedingung (8b) ist die sog. Value-Matching-Bedingung, der zufolge beim Ausübungswert V^* der Optionswert gerade so hoch ist wie der innere Wert $V^* - I$, der dem Kapitalwert der Investition entspricht. Schließlich fordert (8c), dass die erste Ableitung des Optionswertes nach V an der Stelle V^* genauso hoch ist wie die erste Ableitung des inneren Wertes, nämlich 1⁴. Als Lösung erhält man (vgl. DIXIT und PINDYCK 1994, S. 142)

$$F(V) = A V^b \quad (9)$$

mit

$$b = \frac{1}{2} - \frac{a}{s^2} + \sqrt{\left(\frac{a}{s^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{s^2}} > 1 \quad (10)$$

und einer zu bestimmenden Konstante A. Durch Einsetzen von (9) in (8b) und (8c) ergibt sich für den „kritischen“ Wert des Investitionsobjekts:

$$V^* = \frac{b}{b-1} I \quad (11)$$

Dieses Ergebnis bestätigt die eingangs getroffene Aussage, dass die (erwarteten) diskontierten Rückflüsse der Investition die Anschaffungskosten um einen Faktor größer eins übersteigen müssen, damit die Ausübung der Investitionsoption zum optimalen Zeitpunkt erfolgt. Bei einer Verallgemeinerung der Analyse, z.B. durch Berücksichtigung von Abschreibung oder mehreren Zufallsvariablen, treten partielle Differentialgleichungen an die Stelle von (7), die i.a. keine geschlossene Lösung aufweisen, sondern numerisch gelöst werden müssen.

⁴ Zur Begründung dieser Randbedingung siehe DIXIT und PINDYCK (1994, S. 130f.).

3.2. Stochastische Simulation

Wie eingangs erwähnt, können Optionen mittels Monte-Carlo-Simulation bewertet werden. Ein grundlegender Beitrag hierzu stammt von BOYLE (1977). Er basiert auf der Erkenntnis, dass der Wert einer Option als Erwartungswert der mit dem (risikolosen) Zinssatz diskontierten Rückflüsse der Option berechnet werden kann⁵. Die Erwartungswertbildung lässt sich einfach durch Mittelwertbildung der diskontierten Rückflüsse einer Vielzahl stochastisch unabhängiger Realisationen des zugrunde liegenden stochastischen Prozesses operationalisieren. Beispiele zur konkreten Implementierung mittels gängiger Software finden sich u.a. bei WINSTON (1998) oder BENNINGA et al. (1996). Als wesentliche Vorzüge dieser Technik werden die Flexibilität in bezug auf den betrachteten stochastischen Prozess sowie die Art der Rückflüsse angeführt (HULL 2000, S. 408). Letzteres ist beispielsweise vorteilhaft, wenn die Optionsrückflüsse vom Zeitpfad des Assets (Lookback Option) oder von mehreren Assets (Basket Option) abhängen. Als entscheidender Nachteil ist der Umstand anzusehen, dass sich mittels Monte-Carlo-Simulationen ohne weiteres nur Optionen europäischen Typs bewerten lassen. Das Problem der Bewertung amerikanischer Optionen ist darin zu sehen, dass während des Simulationsvorganges der Zeitpfad vorwärts durchschritten wird und zum jeweiligen Zeitpunkt unklar ist, ob Halten oder Ausüben der Option die bessere Strategie darstellt. Die Festlegung des optimalen Ausübungszeitpunktes während der Laufzeit setzt entsprechend der in Abschnitt 2 angestellten Überlegungen ein rückwärts-rekursives Vorgehen voraus. In Anbetracht dieser Schwierigkeit schätzen verschiedene Autoren Monte-Carlo-Simulationen als ungeeignet zur Bewertung amerikanischer Optionen ein (z.B. TRIGEORGIS (1996, S. 311)). Demzufolge wären Simulationsmodelle auch zur Bewertung realer Optionen ungeeignet. Angesichts der zuvor genannten Stärken dieser Methode sollen im weiteren drei Möglichkeiten vorgestellt werden, die Monte-Carlo-Methode dennoch für die Ermittlung des Optionswertes von Investitionsvorhaben nutzbar zu machen.

3.2.1. Black-Approximation

Generell lässt sich zeigen, dass der Wert einer europäischen Option eine Untergrenze für den Wert einer entsprechenden amerikanischen Option darstellt. Lediglich in besonderen Situationen, etwa für den dividendengeschützten europäischen Call, besitzt das erweiterte Ausübungsrecht keinen zusätzlichen Wert. Andererseits lassen sich Situationen finden, in denen der Wert einer amerikanischen Option den der europäischen um ein Mehrfaches übersteigt.

⁵ Auf Besonderheiten bei der Festlegung der Parameter für die Durchführung der Simulation wird in Abschnitt 4.2 eingegangen.

Im Zusammenhang mit der Bewertung nicht-dividendengeschützter amerikanischer Kaufoptionen hat BLACK (1975) folgende nach ihm benannte Approximation vorgeschlagen:

$$\hat{F}(T) = \max\{F^e(t_1), F^e(t_2), \dots, F^e(T)\} \quad (12)$$

Demzufolge wird der approximative Wert des amerikanischen Calls, \hat{F} , als Maximum der Werte europäischer Calls, F^e , mit unterschiedlicher Laufzeit ermittelt. Der tatsächliche Wert des amerikanischen Calls, F , wird durch die Black-Approximation aus zwei Gründen unterschätzt. Zum einen werden anstelle eines permanenten Ausübungsrechtes nur diskrete Ausübungszeitpunkte betrachtet. Diesem Einwand kann man – unter Erhöhung des Rechenaufwandes – durch Hinzufügen weiterer Zeitpunkte begegnen. Zum anderen unterstellt dieses Vorgehen, der Investor müsse bereits zum Zeitpunkt t_0 entscheiden, ob er die Option im Zeitpunkt t_1 bzw. t_2 usw. ausüben wird. In Wirklichkeit kann er diese Entscheidung auf der Basis des Informationsstandes des jeweiligen Zeitpunktes treffen; anders ausgedrückt bleibt die Wahlmöglichkeit, im Zeitpunkt t_n oder t_{n+1} ausüben zu können, unberücksichtigt. Der Wert dieses zusätzlichen Rechtes wird umso geringer (und die Approximation somit umso besser) sein, je tiefer die Option zu einem Zeitpunkt t_n entweder im Geld oder aus dem Geld ist, weil dann der tatsächliche Optionswert $F(T)$ relativ nahe bei $F^e(t_n)$ bzw. $F^e(T)$ liegt (UHLIR und STEINER 1994, S. 264).

3.2.2. Der Ansatz von Ibanez und Zapatero

Der Grundgedanke des von IBANEZ und ZAPATERO (1998) entwickelten Verfahrens besteht darin, die „Exercise-Frontier“ zu bestimmen, d.h. diejenigen Werte V_t^* , bei deren Überschreitung durch den stochastischen Barwert der Rückflüsse V_t ein Ausüben der Investitionsoption vorteilhaft ist. Die Berechnung der Exercise-Frontier basiert auf dem Prinzip der dynamischen Programmierung und erfolgt rückwärts-rekursiv vom Endzeitpunkt T aus. Eine Ausübung der Option ist innerhalb der Laufzeit zu diskreten Zeitpunkten t_n , $n=1, \dots, N$ möglich. Sobald beispielweise die Ausübungswerte $V_{t_{n+1}}^*, \dots, V_{t_{N-1}}^*$ bekannt sind, kann $V_{t_n}^*$ relativ leicht mittels Monte-Carlo-Simulation ermittelt werden. Bei der Berechnung wird von der bereits angesprochenen Überlegung ausgegangen, dass beim einem Wert $V_{t_n}^*$ der Wert der lebenden Investitionsoption gerade genauso hoch ist wie der Wert bei Ausübung, d.h. der innere Wert (Value-Matching-Bedingung):

$$F_{t_n}(V_{t_n}^*, I) = \max\{0, V_{t_n}^* - I\} \quad (13)$$

Die Berechnung von $V_{t_n}^*$ erfordert jedoch mehrere Simulationsläufe, da F_{t_n} als Erwartungswert der diskontierten Rückflüsse der Option nicht nur von $V_{t_{n+1}}^*, \dots, V_{t_{N-1}}^*$ abhängt, sondern auch von $V_{t_n}^*$ selbst. Da sowohl der innere Wert als auch der Wert der lebenden Option monotone Funktionen von V sind, die nur einen Schnittpunkt, den optimalen Ausübungswert, aufweisen, kann ein einfaches Iterationsverfahren zur Bestimmung von $V_{t_n}^*$ angewendet werden (vgl. Abbildung 2):

- 1) Ausgehend von einem beliebigen Wert $V_{t_n}^1$ wird der Optionspreis gemäß

$$F_{t_n}(V_{t_n}^1, I) = E\left(e^{-r(t-t_n)} \max\{0, V_t - I\} \middle| V_{t_n}^1\right) \text{ mit}$$

$$\mathbf{t} = \left\{ \begin{array}{ll} t_{n+1}, & \text{falls } V_{t_{n+1}} \geq V_{t_{n+1}}^* \\ t_{n+2}, & \text{falls } V_{t_{n+1}} < V_{t_{n+1}}^* \wedge V_{t_{n+2}} \geq V_{t_{n+2}}^* \\ \vdots & \\ t_N & \text{sonst} \end{array} \right\} \quad (14)$$

berechnet. Die Durchführung der Erwartungswertbildung erfolgt mittels Monte-Carlo-Simulation.

- 2) Es erfolgt eine Korrektur des vorläufigen Wertes $V_{t_n}^1$ gemäß

$$(V_{t_n}^2, I) = I + F_{t_n}(V_{t_n}^1, I) \quad (15)$$

- 3) Die Schritte 1) und 2) werden solange wiederholt, bis $V_{t_n}^i - V_{t_n}^{i-1}$ „hinreichend klein“ ist. In diesem Fall wird $V_{t_n}^i = V_{t_n}^*$ gesetzt.
- 4) Die Schritte 1) bis 3) werden analog für die Perioden t_{n-1}, \dots, t_1 durchgeführt.
- 5) Der Wert der Investitionsoption im Zeitpunkt t_0 kann abschließend für ein gegebenes V_0 unter Verwendung von (14) einfach mittels Monte-Carlo-Simulation ermittelt werden.

Es wird deutlich, dass insgesamt $(N-1) * i + 1$ stochastische Simulationen durchzuführen sind, wenn zu jedem Zeitpunkt i Iterationsschritte notwendig sind.

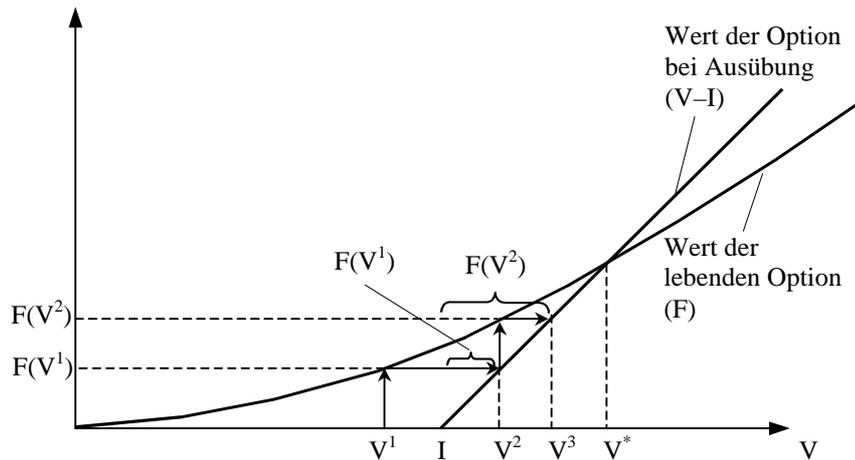


Abbildung 2: Iterative Berechnung des optimalen Ausübungswertes V^* einer amerikanischen Call-Option

Tabelle 1 enthält beispielhafte Lösungen einer nicht-dividendengeschützten amerikanischen Call-Option, die sich bei Anwendung des Verfahrens für verschiedene Parameterkonstellationen ergeben.

Tabelle 1: Beispiel zur Berechnung eines amerikanischen Calls mittels stochastischer Simulation

I	s	T	V^*					$F_0(V_0)$				
			t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	$V_0=30$	$V_0=35$	$V_0=40$	$V_0=45$	$V_0=50$
35	0,2	0,5833	44,92	39,22	41,29	43,05	44,36	0,4478	2,2217	5,6587	10,0533	14,8578
35	0,2	1	45,64	40,92	42,99	44,53	45,16	0,8935	2,9031	6,1862	10,2052	14,9256
35	0,3	1	50,65	42,34	46,03	47,85	49,27	1,8597	4,1580	7,1014	11,0888	15,3186
45	0,2	0,5833	57,76	50,34	52,64	54,89	56,72	0,0059	0,1410	0,8994	2,8358	6,1922
45	0,2	1	58,72	53,05	54,82	56,28	57,54	0,0073	0,4806	1,6273	3,8068	6,9119
45	0,3	1	64,37	54,23	59,5	61,75	63,58	0,4926	1,3770	2,9388	5,2818	8,2815

Nicht veränderte Parameter: $N = 5$, $r = 15\%$, $\alpha = 3\%$

Quelle: Mußhoff (2000)

3.2.3. Der Ansatz von Longstaff und Schwartz

Bei der von LONGSTAFF und SCHWARTZ (1998) vorgeschlagenen Methode wird ebenfalls die optimale Ausübungsstrategie der amerikanischen Option rückwärts-rekursiv für diskrete Ausübungszeitpunkte ermittelt. Im Unterschied zu der zuvor beschriebenen Methode von IBANEZ und ZAPATERO wird allerdings nicht die Exercise-Frontier bestimmt, sondern für einzelne Realisationen des stochastischen Prozesses berechnet, ob Ausüben oder Halten der Option den höheren diskontierten Rückfluss erwarten lässt. Die für diesen Vergleich notwendige Berechnung des Wertes der lebenden Option, $F_t(V_{t_n})$, erfolgt dabei auf statistischem Weg auf der Basis einer simulierten Stichprobe. Dabei wird der (optimale) diskontierte Rückfluss der lebenden Option durch den aktuellen (zufällig gezogenen) Wert des Investitionsobjektes erklärt. Im einzelnen ist wie folgt vorzugehen:

- 1) Es werden K Pfade des stochastischen Prozesses $V_{t_n}, n = 1, \dots, N$ mittels Monte-Carlo-Simulation erzeugt.
- 2) Im Zeitpunkt t_n wird für jeden Zufallspfad k , auf dem die Option im Geld ist, der diskontierte Rückfluss der Option unter Berücksichtigung der für die Zeitpunkte t_{n+1}, \dots, t_N zuvor ermittelten optimalen Ausübungsstrategie berechnet. Diese $L \leq K$ Werte werden in einem Vektor \mathbf{C}_{t_n} zusammengefasst und bilden die zu erklärende Variable. Die zugehörigen Werte des Assets auf dem k -ten Pfad zum werden in einem L -Vektor \mathbf{V}_{t_n} zusammengefasst und bilden die erklärende Variable.
- 3) Zur Bestimmung des bedingten Erwartungswertes $E(\mathbf{C}_{t_n} | \mathbf{V}_{t_n})$, der dem Wert der lebenden Investitionsoption bei einem momentanen Barwert V_{t_n} entspricht, wird eine Funktion $\hat{\mathbf{C}}_{t_n} = f(\mathbf{V}_{t_n})$ geschätzt. Dies kann als Kleinste-Quadrate-Schätzung oder mittels eines neuronalen Netzes unter Verwendung von \mathbf{C}_{t_n} und \mathbf{V}_{t_n} erfolgen.
- 4) Im Zeitpunkt t_n wird weiterhin für jeden Zufallspfad k , auf dem die Option im Geld ist, der Wert bei Ausübung, $V_{t_n}^k - I$, bestimmt. Dieser wird mit dem Schätzwert der lebenden Option $\hat{F}_{t_n}^k = E(\hat{\mathbf{C}}_{t_n}^k | V_{t_n} = V_{t_n}^k)$ verglichen. Letzterer ergibt sich durch Einsetzen des aktuellen Wertes des Assets $V_{t_n}^k$ in die zuvor ermittelte Schätzfunktion $f(\mathbf{V}_{t_n})$. Ist $V_{t_n}^k - I \geq E(\hat{\mathbf{C}}_{t_n}^k | V_{t_n} = V_{t_n}^k)$, wird die Option ausgeübt, anderenfalls gehalten.
- 5) Die Schritte 2) bis 4) werden rückwärts fortschreitend für jeden Zeitpunkt $t_n, n = N-1, \dots, 1$ durchgeführt. Dabei ist anzumerken, dass zur Bestimmung des Vektors \mathbf{C}_{t_n} nicht die geschätzten Cash Flows $E(\hat{\mathbf{C}}_{t_{n+1}} | \mathbf{V}_{t_{n+1}})$ herangezogen werden, sondern die Rückflüsse der Option, die sich bei Beachtung der Stoppregele für die Restlaufzeit auf dem Zufallspfad k tatsächlich ergeben.
- 6) Abschließend wird der Wert der Option zum Zeitpunkt t_0 als arithmetisches Mittel der diskontierten Rückflüsse der K Zufallspfade bestimmt.

Das beschriebene Vorgehen basiert auf der Überlegung, dass der unbekannte Fortführungswert der lebenden Option, der eine Funktion des k -ten Zufallspfades und des t_n -ten Zeitpunktes ist, als eine Linearkombination sog. Basisfunktionen $B(\mathbf{V})$ dargestellt werden kann:

$$F(k, t_n) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j B_j(\mathbf{V}) \quad (16)$$

Darin sind a_j zu schätzende Koeffizienten. Im praktischen Anwendungsfall wird der Summand auf der rechten Seite durch die ersten M Glieder approximiert⁶. Im einfachsten Fall bildet ein Polynom $C = a_0 + a_1 \mathbf{V} + a_2 \hat{\mathbf{V}}_2$ die Schätzfunktion. Dieser Vorgang wird für jeden Ausübungszeitpunkt wiederholt, d.h. es sind $N-1$ Funktionen zu schätzen. Mit Hilfe des geschätzten Fortführungswert der Option kann für jede Realisation des stochastischen Prozesses eine Stoppregel definiert werden, die dem Bellmann'schen Optimalitätsprinzip entspricht. Die Entscheidung über Ausüben oder Halten wird dabei jeweils auf der Grundlage des aktuellen Informationsstandes getroffen. Es ist also durchaus möglich, dass sich diese ex-ante Entscheidung beim weiteren Durchschreiten des Zufallspfades im nachhinein als falsch erweist.

4. Spezielle Probleme bei der Bewertung realer Optionen

4.1. Bestimmung des stochastischen Prozesses

Unabhängig vom konkreten Lösungsverfahren muss zur Optionswertbestimmung der stochastische Prozess spezifiziert werden, dem die Rückflüsse des Investitionsprojektes folgen. Zunächst ist zu klären, welche Größe als Zufallsvariable betrachtet wird. Während bei Finanzoptionen der Wert des der Option zugrunde liegenden Assets direkt beobachtet werden kann (z.B. Aktienkurs), wird es bei realen Optionen teilweise sinnvoll sein, stärker disaggregierte Größen als den Barwert der Investitionsrückflüsse zu betrachten, etwa Cash Flows (Deckungsbeiträge) oder Produktpreise. Für die Optionspreisberechnung auf der Basis stochastischer Simulationen stellt dies keine besondere Schwierigkeit dar: Unter Berücksichtigung definitorischer Beziehungen kann die Entwicklung des Barwertes der Investitionsrückflüsse als Funktion disaggregierter stochastischer Prozesse simuliert werden.

Ist entschieden, welche Variablen als Zufallsgrößen modelliert werden sollen, stellt sich die Frage nach der Auswahl eines geeigneten stochastischen Prozesses. Mögliche Kandidaten hierfür sind

Geometrischer Brownscher Prozess:

$$V_t = V_{t-1} + \mathbf{a} V_{t-1} + \mathbf{s} u_t \sqrt{\Delta t} V_{t-1} \quad (17)$$

⁶ Zur Auswahl geeigneter Funktionen und ihrer Bedeutung für die Konvergenz des Verfahrens siehe LONGSTAFF und SCHWARTZ (1998), S. 10ff.

mit \mathbf{a} als jährlicher Wachstumsrate, \mathbf{s} als jährlicher Standardabweichung, \mathbf{Dt} als Zeitintervall (z.B. 1/12 bei monatlichen Zeitinkrementen) und u_t als standardnormalverteilter Zufallsvariable. Es handelt sich um einen nichtstationären Markov-Prozess. Dieser Prozess bildet die Standardannahme bei finanzwissenschaftlichen Anwendungen. Für Aktienkurse scheint dieses Modell plausibel, denn es postuliert, dass die Kurse nicht in konstanten absoluten Schritten, sondern mit konstanter Rate (der Rendite) \mathbf{a} wachsen. Weiterhin ist sichergestellt, dass keine negativen Kurse auftreten können. Dagegen ist die Annahme eines geometrischen Brownschen Prozesses beispielweise für Preise nichterneuerbarer Ressourcen nicht plausibel (vgl. LUND 1993). Auch für den Barwert der Rückflüsse landwirtschaftlicher Investitionsvorhaben, die sich aus den Deckungsbeiträgen der Produktionsverfahren ableiten, erscheint das implizierte exponentielle Wachstum wenig wahrscheinlich.

Arithmetischer Brownscher Prozess:

$$V_t = V_{t-1} + \mathbf{a} \Delta t + \mathbf{s} u_t \sqrt{\Delta t} \quad (18)$$

In diesem Modell werden konstante absolute Veränderungen des Barwertes der Investitionsrückflüsse unterstellt, die durch normalverteilte Zufallsgrößen überlagert sind. Es handelt sich um einen Random Walk mit Drift, der ebenfalls nichtstationär ist.

Mean-Reverting-Prozess

$$V_t = \bar{V} (1 - e^{-h}) + V_{t-1} e^{-h} + \mathbf{s} u_t \sqrt{\Delta t} \quad (19)$$

Bei diesem Prozess, der als spezieller autoregressiver Prozess erster Ordnung (AR(1)) verstanden werden kann, bewegt sich der Wert des Assets um ein Gleichgewichtsniveau \bar{V} , das z.B. durch die Produktionskosten bestimmt sein kann. Der Prozess kann also nicht beliebig driften, was für die Rentabilität vieler landwirtschaftliche Produkte auch wenig plausibel ist. Der Parameter \mathbf{h} misst die Geschwindigkeit, mit der der Prozess zu seinem Gleichgewichtsniveau zurückkehrt. Durch Modifikation von (19), dergestalt, dass sich die Varianz des Störterms proportional zu V_t verhält, kann Nichtnegativität von V_t sicher gestellt werden.

Poisson-Prozess

$$V_t = V_{t-1} + s \mathbf{I} \Delta t \quad (20)$$

(20) ist in der Weise zu interpretieren, dass im Zeitraum Δt mit Wahrscheinlichkeit $\mathbf{I} \Delta t$ ein Ereignis mit dem Ergebnis s eintritt. Ansonsten bleibt V_t unverändert. Derartige abrupte

Änderungen der Rentabilität sind insbesondere aus betriebsindividueller Sicht als Folge von extremen Witterungseinflüssen, Tierseuchen oder Importverboten vorstellbar. Zur realitätsnahen Abbildung der Preis- oder Wertentwicklung werden teilweise Brownian-Motion-Prozess und Poisson-Prozess miteinander kombiniert.

ARIMA-Prozess

$$W_t^d = a_1 W_t^d + \dots + a_p W_{t-p}^d + u_t + u_{t-1} + \dots + u_{t-q} \text{ mit}$$

$$W_t^d = V_t - V_{t-d} \tag{21}$$

Aufgrund ihrer Flexibilität lässt sich durch diese Modellklasse eine Vielzahl ökonomischer Prozesse abbilden. Mit der Verwendung von ARIMA-Modellen sind im Kontext der Optionpreisberechnung zwei Schwierigkeiten verbunden. Erstens, weisen ARIMA-Prozesse im allgemeinen nicht die Markov-Eigenschaft auf, m.a.W., die Prognose des bedingten Erwartungswertes des Barwertes der Investitionsrückflüsse für den Zeitpunkt $t+1$ kann sich nicht allein auf den aktuellen Wert zum Zeitpunkt t stützen. Für die Durchführung einer vorwärtsgerichteten Simulation ist dies im Grunde unproblematisch, allerdings müssen bei der Rückwärtsrekursion der dynamischen Programmierung zur Bestimmung der Exercise-Frontier mehrere Variablen, z.B. V_{t_n} und $V_{t_{n-1}}$ betrachtet werden, weil $V_{t_{n+1}}$ von beiden abhängt. Die zweite Schwierigkeit ist grundsätzlicher Natur. Die in Abschnitt 2 angesprochenen Regularitätsannahmen, die bei der Bestimmung der Stoppregel (des Auslösekriteriums) zugrundegelegt werden, fordern u.a. eine positive Persistenz des betrachteten stochastischen Prozesses (DIXIT und PINDYCK 1994, S. 129). Das bedeutet, dass die Verteilungsfunktion von $V_{t_{n+1}}$ nach rechts (links) verschoben wird, wenn V_{t_n} steigt (fällt). M.a.W., ein Anstieg des Wertes der Investition in einer Periode soll nicht mit hoher Wahrscheinlichkeit durch einen Rückgang in der Folgeperiode ausgeglichen werden. Während diese Bedingung von Brown'schen Prozessen und Mean-Reverting-Prozessen stets erfüllt wird, trifft dies für ARIMA-Prozesse nicht zu. Beispielsweise lassen sich die Investitionsrückflüsse y_t in der Schweinemast zwischen 1973 und 1998 (gemessen als Bruttomargen) durch folgenden IMA (1,1)-Prozess darstellen: $y_t = y_{t-1} + u_t - 0.88u_{t-1}$. Demzufolge wird eine Veränderung der Deckungsbeiträge durch eine entgegengesetzte Änderung in der Folgeperiode fast vollständig kompensiert. Die Folge des Fehlens einer positiven Persistenz ist, dass sich die optimale Stoppregel möglicherweise nicht durch die Angabe eines eindeutigen Grenzwert V^* ausdrücken lässt.

GARCH-Prozess

GARCH-Modelle sind Zeitreihenmodelle, die nichtlinear bezüglich der Varianz des stochastischen Prozesses sind (CAMPBELL et al. 1997, S. 481ff.). Sie finden Anwendung, wenn die Varianz nicht als konstant betrachtet werden kann, sondern selbst zeitlichen Veränderungen unterworfen ist. Beispielsweise greifen KANG und BRORSEN (1995) zur Schätzung der Entwicklung der US-amerikanischen Weizenpreise auf ein GARCH-Modell zurück. Die Varianz des stochastischen Prozesses zu einem Zeitpunkt t , \mathbf{s}_t , wird erklärt durch einen langfristigen Gleichgewichtswert $\bar{\mathbf{s}}^2$, die quadrierten Störterme der vergangenen p Perioden und die Varianzen in den vergangenen q Perioden. Beispielsweise lautet ein GARCH(1,1)-Modell

$$\mathbf{s}_t^2 = b_1 \bar{\mathbf{s}}^2 + b_2 u_{t-1}^2 + b_3 \mathbf{s}_{t-1}^2 \quad (22),$$

wobei b_1 , b_2 und b_3 zu schätzende Gewichtungsfaktoren darstellen.

4.2. Präferenzfreie Bewertung

Bei dem in Abschnitt 2 diskutierten Ansatz zur Optionspreisbestimmung und den nachfolgend vorgestellten Methoden zur seiner Umsetzung wurde allein auf den Erwartungswert der Optionsrückflüsse abgestellt. Die Optionsrückflüsse sind aber zufällig und weisen eine Varianz auf. Die Varianz einer Handlungsalternative fließt im allgemeinen mit in die Bewertung einer mit Unsicherheit behafteten Entscheidung ein. Insofern mag sich die Frage stellen, inwieweit die alleinige Betrachtung des Erwartungswertes der Optionsrückflüsse zu rechtfertigen ist. Diese Vorgehensweise kann auf dreierlei Weise begründet bzw. modifiziert werden:

1. *Man unterstellt Risikoneutralität der Entscheidungsträger*

Im diesem Fall reicht die Betrachtung des Erwartungswertes der möglichen Ergebnisse der Option aus; allerdings ist diese Annahme wenig plausibel und steht im Widerspruch zu der empirischen Feststellung, dass auf Märkten Risikoprämien gezahlt werden.

2. *Man berücksichtigt die individuelle Risikoeinstellung der Entscheidungsträger*

Bei diesem Vorgehen müsste in den Optimierungsansatz (2) anstelle des Wertes V der Investitionsoption dessen Sicherheitsäquivalent einfließen. Um diesen Gedanken operationalisieren zu können, muss die Risikonutzenfunktion des Entscheidungsträgers bekannt sein, was praktisch nie zutrifft. Dessen ungeachtet wird die Notwendigkeit einer Korrektur der prognostizierten Wertentwicklung der Investition deutlich: Bei risikoaversen Entscheidern sind Risikoabschläge von der erwarteten Wertentwicklung vorzunehmen. M.a.W., die Parameter, die

für die in Abschnitt 4.1 vorgestellten stochastischen Prozesse statistisch geschätzt wurden, bedürfen einer Korrektur.

3. Man nimmt eine präferenzfreie Bewertung vor

Der Grundgedanke der präferenzfreien Bewertung (Risk Neutral Valuation), die der o.a. Contingent-Claim-Analyse inhärent ist und sich zunächst auf Finanzoptionen bezieht, besteht darin, ein risikoloses Hedge-Portfolio zu konstruieren. Dieses Portfolio setzt sich aus der Option und dem zugrunde liegenden Asset zusammen. Aus der Wertentwicklung dieses Portfolios kann auf den Preis der darin vorkommenden Option geschlossen werden. Da das Hedge-Portfolio so konstruiert ist, dass die Rückflüsse daraus unabhängig von der tatsächlichen Wertentwicklung des Assets sind, hat die Risikoeinstellung des Entscheiders keinen unmittelbaren Einfluss auf den Preis der Option. Wichtig bei der Bestimmung des Optionspreises ist es jedoch, konsistente Wertentwicklungen für das Asset und die Option zu unterstellen. Eine Möglichkeit, Konsistenz sicherzustellen, ist die Fiktion einer risikoneutralen Welt, von der man weiß, dass sich in ihr sämtliche Wertanlagen und Derivate, also auch das betrachtete Asset und die zu bewertende Option, mit derselben Wachstumsrate, nämlich dem risikolosen Zinssatz, entwickeln. Entsprechend sind auch die Optionsrückflüsse mit dem risikolosen Zinssatz zu diskontieren. Da der Optionspreis, den man unter dieser Fiktion berechnet, eindeutig und unabhängig von der Risikoeinstellung ist, besitzt er auch in der realen, nicht risikoneutralen Welt Gültigkeit. Daraus folgt, dass bei der Optionspreisberechnung nicht die tatsächlichen, statistisch geschätzten Wachstumsraten des Assets zu verwenden sind, da diese ja in der realen Welt eine Risikoprämie beinhalten; vielmehr sind Wachstumsraten heranzuziehen, die sich in einer risikoneutralen Welt einstellen würden – ansonsten gäbe es Arbitragemöglichkeiten.

Die Übertragung dieses Gedankens auf reale Optionen birgt Besonderheiten. Zum einen werden reale Optionen häufig nicht oder nicht unmittelbar auf Märkten gehandelt, so dass keine Arbitrageprozesse eintreten können, die für die Begründung gleichgewichtiger Optionspreise gemäß Contingent-Claim-Analyse wesentlich sind. Dieses Problem kann durch die Annahme der Existenz eines marktgängigen Assets gelöst werden, das dieselben stochastischen Eigenschaften wie der Wert des Investitionsobjektes aufweist und vollständig mit diesem korreliert ist (Spanning Asset, Replicating Asset). Weiterhin kann nicht davon ausgegangen werden, dass sich die Werte von Sachinvestitionen mit derselben gleichgewichtigen Rate entwickeln wie Finanzoptionen. MCDONALD und SIEGEL (1984) sprechen in diesem Zusammenhang von

„rate-of-return shortfall“⁷. Eine inhaltlich Begründung erfährt dieser Abschlag durch eine Art „Convenience Yield“, d.h., durch Vorteile, die aus der tatsächlichen Verfügbarkeit des Gutes erwachsen, dessen Produktion die Investition ermöglicht⁸. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit, nicht nur den stochastischen Prozess für den Wert der Investitionsrückflüsse, sondern auch den Convenience Yield zu schätzen, um zu eine präferenzfreie Optionspreisberechnung vornehmen zu können. TRIGEORGIS (1996, S. 103ff.) zeigt, wie für Sachinvestitionen, bei denen die erzeugten Güter auf Terminmärkten gehandelt werden, die gleichgewichtige, risikobereinigte Wachstumsrate \hat{a} bestimmt werden kann:

$$\hat{a} = \frac{\ln \frac{f_{t_2}}{f_{t_1}}}{t_2 - t_1} \quad (23)$$

Darin sind f_{t_1} und f_{t_2} die zu einem bestimmten Zeitpunkt notierten Kurse eines Futures mit unterschiedlichen Laufzeiten t_1 und t_2 . Da eine Vielzahl landwirtschaftlicher Produkte auf Futuremärkten gehandelt werden, stellt diese Schätzung ein praktikables Vorgehen dar, um die korrekte Driftrate des stochastischen Prozesses zu ermitteln, der der zu bewertenden realen Option zugrunde liegt.

4.3. Komplexe reale Optionen

Abschließend soll verdeutlicht werden, dass die in den Abschnitten 2 und 3 behandelte Fragestellung des optimalen Investitionszeitpunktes zwar ein wichtiges, aber bei weitem nicht das einzige Entscheidungsproblem bildet, das im Zusammenhang mit der Bewertung realer Optionen auftritt.

TRIGEORGIS (1996 S. 227ff.) klassifiziert folgende Grundtypen von realen Optionen, auf die sich die Flexibilität eines realen Investitionsprojektes zurückführen lässt:

- die Möglichkeit der zeitlichen Verschiebung des Projekts (option to defer)
- die Möglichkeit der Expansion (option to expand)
- die Möglichkeit der Verkleinerung (option to contract)

⁷ Formal gesehen besteht eine Analogie zu Dividendenzahlungen bei Aktien. Diese führen dazu, dass der gleichgewichtige Kurs der Aktien entsprechend langsamer wächst.

⁸ Gäbe es eine solche Convenience Yield nicht und würde der Wert der Investition (risikobereinigt) mit der Rate r (dem Zinssatz) wachsen, dann wäre das Entscheidungsproblem des optimalen Investitionszeitpunktes trivial: es wäre stets optimal, die Investitionsentscheidung bis zum spätest möglichen Termin – dem Verfallsdatum der Option – zu verschieben, ähnlich wie dies für dividendengeschützte amerikanische Call-Optionen zutrifft.

- die Möglichkeit einer zeitweiligen Produktionsunterbrechung (option to temporarily shut down)
- die Möglichkeit zum Nutzungswechsel (option to switch use)
- die Möglichkeit zum Technologiewechsel (option to switch operating mode)
- die Möglichkeit zum Verkauf des Objektes als wichtiger Spezialfall des Nutzungswechsels (option to abandon)

Für sich genommen können diese Optionen in den hier diskutierten Bewertungsrahmen eingeordnet werden. So lässt sich beispielsweise die Möglichkeit einer Desinvestition, d.h., die Möglichkeit, ein bereits angeschafftes Investitionsobjekt zu einem bestimmten Preis zu veräußern, als amerikanische Put-Option auffassen und mit den vorgestellten Simulationsmethoden bewerten. Im Unterschied zu Finanzoptionen, die zumeist in Form einer einzelnen Call- oder einer einzelnen Put-Option auftreten, stellen Sachinvestitionen allerdings häufig komplexe Kombinationen der genannten Grundtypen von Optionen dar, die als Ganzes zu bewerten sind. Dabei wird sich der Wert der komplexen realen Option nur in Ausnahmefällen als Summe der Werte der Einzeloptionen, aus denen sie sich zusammensetzt, bestimmen lassen; vielmehr werden in der Regel Interdependenzen zwischen den Einzeloptionen vorliegen, die eine simultane Betrachtung und Bewertung notwendig macht (TRIGEORGIS 1996, S. 179ff.). Eine solche Simultanbetrachtung kann mit Hilfe der hier nicht näher betrachteten Binomialbäume leichter operationalisiert werden als mittels stochastischer Simulation.

5. Zusammenfassung

In dem vorliegenden Beitrag wurde versucht, die Relevanz der Optionspreistheorie für reale Optionen im Allgemeinen und für landwirtschaftliche Investitionen im Besonderen hervorzuheben. Nur selten wird davon auszugehen sein, dass die traditionellen und üblicherweise verwendeten Rentabilitätskriterien – namentlich Kapitalwert und interner Zinsfuß – den Wert einer Investition korrekt ermitteln, da sie die der Entscheidungssituation innewohnende Flexibilität nicht berücksichtigen. Dieses Erkenntnis lässt viele Entscheidungsprobleme auf betriebswirtschaftlicher, aber auch auf agrarpolitischer Ebene in anderem Licht erscheinen. Aufgrund der bestehenden Analogie zwischen Finanzoptionen und realen Optionen liegt es nahe, auf die für Finanzoptionen entwickelte Bewertungstheorie sowie auf konkrete methodische Instrumente zurückzugreifen. In dem Beitrag wurde gezeigt, wie sich die stochastische Simulation zur Bestimmung des optimalen Durchführungszeitpunktes einer Investition einset-

zen lässt. Dessen ungeachtet bestehen noch ungelöste Schwierigkeiten bei der Implementierung dieses Konzeptes, die zum Teil in den Besonderheiten realer Optionen begründet sind. Dazu zählen die Betrachtung stochastischer Prozesse, die von Standardannahmen abweichen oder die Bewertung komplexer Optionen.

6. Literatur

- BENNINGA, S., STEINMETZ, R., STROUGHAIR, J. (1996): Implementing Numerical Option Pricing Models. In: Varian, H., L. (ed): Computational Economics and Finance. Springer, New York u.a., S. 251-268.
- BLACK, F (1975): Fact and Fantasy in the Use of Options. In: Financial Analysts Journal 31, S. 36-72.
- BLACK, F., SCHOLES, M. (1973): The Pricing of Options and Corporate Liabilities. In: Journal of Political Economy 81, S. 637-659.
- BOYLE, P., P. (1977): A Monte Carlo Approach to Options. In: Journal of Financial Economics 4, S. 323-338.
- CAMPBELL, J., Y., LO, W., MACKINLAY, C. (1995): The Econometrics of Financial Markets. Princeton University Press, New Jersey.
- DIXIT, A. (1989): Entry and Exit Decisions under Uncertainty. In: Journal of Political Economy 97, S. 620-338.
- DIXIT, A. (1992): Investment and Hysteresis. Journal of Economic Perspectives 6, S. 107-132.
- DIXIT, A., PINDYCK, R.,S. (1994): Investment under Uncertainty. Princeton University Press, Princeton.
- HANF, C.-H. (1997): Agricultural Applications of Decision Analysis: Selected Issues Regarding Investment Appraisal. In: Huirne, R., B., M. et al. (eds): Risk Management Strategies in Agriculture. Mansholt Institute, Wageningen, S. 183-197.
- HAUG, E., G. (1998): The Complete Guide to Option Pricing Formulas. McGraw-Hill, New York u.a..
- HULL, J., C. (2000): Options, Futures, and other Derivatives. 4th ed. Prentice-Hall, Toronto.
- IBANEZ, A, ZAPATERO, F (1999): Monte Carlo Valuation of American Options through Computation of the Optimal Exercise Frontier. Working Paper 99-8, Finance and Business Economics Department, The University of Southern California.
- KANG, T., BRORSEN, B., W. (1995): Valuing Target Price Support Programs with Average Option Pricing. In: American Journal of Agricultural Economics 77, S. 106-118.
- LONGSTAFF, F., A., SCHWARTZ, E.,S. (1998): Valuing American Options by Simulation: A Simple Least-Squares Approach. Working Paper #25-98, The Anderson Management School at UCLA.
- INDERFURTH, K. (1982): Starre und flexible Investitionsplanung). Gabler, Wiesbaden.
- LUND, D. (1993): The Lognormal Diffusion is hardly an Equilibrium Price Process for Exhaustible Resources. In: Journal of Environmental Economics and Management 25, S. 235-241.
- MCDONALD, R., SIEGEL, D. (1984): Option Pricing when the Underlying Asset Earns a Below-Equilibrium Rate of Return: A Note. In: Journal of Finance, S. 331-349
- MCDONALD, R., SIEGEL, D (1986): The Value of Waiting to Invest. In: Quarterly Journal of Economics 101, S. 707-728.
- MUBHOFF, O. (2000): Bewertung amerikanischer Optionen mittels Monte-Carlo-Simulation. Studienprojekt an der Landwirtschaftlich-Gärtnerischen Fakultät, Humboldt-Universität zu Berlin.
- PINDYCK, R.,S. (1991): Irreversibility, Uncertainty, and Investment. In: Journal of Economic Literature 34, S. 53-76.

- PURVIS, A., BOGGESS, W., G., MOSS, C., B., HOLT, J. (1995): Technology Adaption Decisions Under Irreversibility and Uncertainty: An Ex Ante Approach. In: American Journal of Agricultural Economics 77, S. 541-551.
- TRIGEORGIS, L. (1988): A Conceptual Options Framework for Capital Budgeting. In: Advances in Futures and Options Research 3, S. 145-167.
- TRIGEORGIS, L. (1996): Real Options. MIT-Press, Cambridge.
- UHLIR, H., STEINER, P. (1994): Wertpapieranalyse. 3. Auflage. Physica, Heidelberg.
- WESSELER, J., WEICHERT, M. (1999): Der Wert von zusätzlicher Information bei Investitionsentscheidungen mit einem hohen Grad an Irreversibilität. In: BERG, E. et al (Hrsg.): Agrarwirtschaft in der Informationsgesellschaft. Schriften der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaus, Landwirtschaftsverlag, Münster-Hiltrup, S. 293-301.
- WINSTON, W. (1998): Financial Models Using Simulation and Optimization. Palisade, New York.
- WINTER-NELSON, A., AMEBETO, K. (1998): Option Values and Agricultural Price Policy: Application to Terrace Construction in Kenia. In: American Journal of Agricultural Economics 80, S. 409-418.

- Nr. 1 (1989) Kirschke, D.
Entscheidungsfindung im System der Internationalen Agrarforschungsinstitute.
- Nr. 2 (1989) Agrawal, R.C.
Approaches to Perspective Planning of Agricultural Sector in Developing Countries.
- Nr. 3 (1990) Streiffeler, F.
Aufgabe alter Fischfangtechniken, Generationenkonflikt und Ressourcenerschöpfung - Eine Studie bei den Wagena in Zaire.
- Nr. 4 (1990) Nitsch, M.
The Biofuel Programme PROALCOOL within the Brazilian Energy Strategy.
- Nr. 5 (1990) Kirschke, D. und Lorenzl, G.
Reason, rhetoric, and reality: Agricultural policy analysis reconsidered.
- Nr. 6 (1990) Blum, V.
Veränderungen kleinbäuerlichen Wirtschaftens in sozialen Krisensituationen.
Beispiele aus den peruanischen Anden.
- Nr. 7 (1991) Hagelschuer, P.
Systemwechsel und sektorale Wirkungen in der Landwirtschaft der ehemaligen DDR.
- Nr. 8 (1991) Sauer, P.
Entwicklungszusammenarbeit - Arbeitsfeld von Diplom-Agraringenieuren? -
- Nr. 9 (1991) Dirscherl, C.
Die Organisation landwirtschaftlicher Arbeit in der LPG:
Beobachtungen eines agrarsoziologischen Forschungspraktikums.
- Nr. 10 (1993) Kirschke, D.
Agrarpolitik im Spannungsfeld zwischen Ernährungssicherung und Ressourcenschutz.
- Nr. 11 (1993) Kirschke, D.
EG-Agrarpolitik, Gatt und kein Ende.
- Nr. 12 (1993) Kirschke, D.
Research priority setting for livestock development in developing countries.
- Nr. 13 (1994) Creemers, L.
Städtische Landwirtschaft in Lateinamerika und der Karibik (Eine Erkundung der grünen Flächen in den Städten).
- Nr. 14 (1995) Hagelschuer, P.
Der Transformationsprozeß in den fünf neuen Bundesländern der BRD mit seinen Auswirkungen auf den Agrarsektor.
- Nr. 15 (1995) Schubert, W.
Bodennutzung und Betriebssysteme in der Ukraine.
- Nr. 16 (1995) Lorenzl, G. und Brandt, H.
Landbau und Metropolis: Ein Beitrag zur agrikulturellen Sinnfindung.
- Nr. 17 (1995) Kennedy, P.L.; von Witzke, H.; Roe, T.L.
A Cooperative Game Approach To Agricultural Trade Negotiations.
- Nr. 18 (1995) Bohler, K.F.
Historisch-soziologische Typen der Agrar- und Sozialverfassung in Deutschland.
- Nr. 19 (1996) Hagelschuer, P.; Mertens, H.
Zu Ergebnissen der Transformation in den Agrarsektoren ausgewählter mittel- und osteuropäischer Länder.
- Nr. 20 (1996) Svatos, M.
Der Transformationsprozeß und der strukturelle Wandel in der Landwirtschaft der Tschechischen Republik (TR).
- Nr. 21 (1996) Häger, A.; Hagelschuer, P.
Einige soziale Auswirkungen der Transformation im Agrarsektor der Neuen Bundesländer.

- Nr. 22 (1996) Jahnke, H. E.
Farming Systems and Development Paths of Agriculture - the Case of the Seasonal Tropics.
- Nr. 23 (1996) Balmann, A.; Moosburger, A.; Odening, M.
Beschäftigungswirkungen der Umstrukturierung der ostdeutschen Landwirtschaft.
- Nr. 24 (1996) Gabbert, S.; Schamel, G.; von Witzke, H.
Wine Quality and Price: A Hedonic Approach.
- Nr. 25 (1996) Kirschke, D.; Lotze, H.; Noleppa, S.; von Witzke, H.
Reform of the CAP Reform: Empirical Evidence for the New Länder of Germany.
- Nr. 26 (1996) Berger, Th.
Fuzzy-KW. Ein Programm zur Berechnung von Fuzzy-Kapitalwerten.
- Nr. 27 (1996) Gallagher, P.
International Marketing Margins with Trade Uncertainty. Some Effects of Non-Tariff Trade Barriers.
- Nr. 28 (1996) Lotze, H.
Foreign Direct Investment and Technology Transfer in Transition Economies: An Application of the GTAP Model.
- Nr. 29 (1996) Schubert, W.
Ukraine - Agrarstrukturen im Umbruch.
- Nr. 30 (1996) Brandt, H.; Jahnke, H.E.; Mechtel, M.; Schulze, A.
Intensitätsfragen der Reiserzeugung in Westafrika - eine Fallstudie aus Sierra Leone.
- Nr. 31 (1996) Weber, M.; Jahnke, H.E.
Modellierung der potentiellen Auswirkungen des „Broad-Beed-Makers“ (BBM) in der äthiopischen Landwirtschaft.
- Nr. 32 (1997) Schamel, G.
Agricultural Trade and the Environment: Domestic Versus Global Perspectives.
- Nr. 33 (1997) Hagedorn, K.
Access to Land Rights as a Question of Political Influence. The Case of Privatization of Nationalized Land in Eastern Germany.
- Nr. 34 (1997) Kühne, S.; Hagelschuer, P.; Häger, A.
Auswirkungen des Transformationsprozesses auf die Fleischwirtschaft in den neuen Bundesländern.
- Nr. 35 (1997) Odening, M.; Hirschauer, N.
Transfer pricing in divisionalized farms.
- Nr. 36 (1997) Chennamaneni, R.
Indian Agriculture at Cross Roads: Emerging Issues of Growth, Environment, and Food Security.
- Nr. 37 (1997) Kühne, S.; Hagelschuer, P.
Auswirkungen des Transformationsprozesses auf die Milchwirtschaft in den neuen Bundesländern.
- Nr. 38 (1997) Burchard, M.
Der Generalplan Ost: Ein finsternes Kapitel Berliner Wissenschaftsgeschichte.
- Nr. 39 (1997) Küpers, H.; Nasoetion, I.H.; Dieter-Gillwald, I.; Jahnke, H. E.
Investitionsentscheidungen unter Transformationsbedingungen - Ein Ansatz für Planung, Bewertung und Risikoabschätzung einer landwirtschaftlichen Direktinvestition in Polen.
- Nr. 40 (1997) Halk, O.; Helzer, M.; Janßen, J.; Lorenzl, G.; Richter, L.; Schade, G.
Forschung und Praxis im Agrarmarketing. Forschungskolloquium anlässlich des 65. Geburtstages von Prof. Dr. Manfred Helzer.
- Nr. 41 (1997) Wawrzyniak, J.; Ciesielska, B.; Schade, G.; Mertens, H.
Die Zunahme des Angebots ausländischer Produkte auf dem Poznaner Markt für Gartenbauerzeugnisse und diesbezügliche Verbrauchermeinungen.
- Nr. 42 (1997) Jütting, J.
Transmission von Preiseffekten im Kontext von Strukturanpassung.
- Nr. 43 (1997) Herok, C.; Lotze H.
Auswirkungen einer Osterweiterung der EU unter einer veränderten Gemeinsamen Agrarpolitik.

- Nr. 44 (1998) Filler, G.; Garmhausen, A.; Jaster, K.; Kachel, K.-U.
Eine ökonomische Situationsanalyse von Landwirtschaftsbetrieben im Biosphärenreservat Schorfheide-Chorin.
- Nr. 45 (1998) Kühne, S.; Hagelschuer, P.
Auswirkungen des Transformationsprozesses auf die Zuckerwirtschaft in den neuen Bundesländern.
- Nr. 46 (1998) Balmann, A.; Moosburger, A.; Odening, M.
'Agenda 2000' - Abschätzung der Auswirkungen auf landwirtschaftliche Unternehmen in den Neuen Bundesländern.
- Nr. 47 (1998) Balmann, A.; Hilbig, C.
Zur Identifikation von Pfadabhängigkeiten in hochdimensionalen Systemen: Eine Anwendung multivariater Analyseverfahren auf simulierte Agrarstrukturentwicklungen.
- Nr. 48 (1998) Bräuer, M.
Transformation und internationale Agrarpädagogik.
- Nr. 49 (1998) Teherani-Krönner, P.
Women in Rural Production, Household and Food Security: An Iranian Perspective.
- Nr. 50 (1999) Jahnke, Hans E. (Hrsg.)
Humboldt und Landwirtschaft - Beiträge zur Situation der Landwirtschaft in Mexiko damals und heute.
- Nr. 51 (1999) Gatzweiler, F. W.
The Economic Value of Environmental Functions Provided by Dayak Rubber Gardens in West Kalimantan (Indonesian Borneo).
- Nr. 52 (1999) Garmhausen, A.; Jaster, K.
Betriebswirtschaftliche Beurteilung verschiedener Bodennutzungsformen.
- Nr. 53 (1999) Gabbert, S.; Weikard, H.-P.
On the Measurement of Undernourishment: A Critique of Methods.
- Nr. 54 (1999) Kirschke, D.; Morgenroth, S.; Franke, Ch.
How do Human-Induced Factors Influence Soil Erosion in Developing Countries?
- Nr. 55 (2000) Odening, M.
Der Optionswert von Sachinvestitionen - Theoretischer Hintergrund und Bewertungsmethoden.

Der Autor:

Prof. Dr. agrar. habil. Martin Odening
 Fachgebiet Allgemeine Betriebslehre des Landbaus des
 Instituts für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaus der
 Humboldt-Universität zu Berlin
 Luisenstr. 56
 D - 10099 Berlin
 Tel. (49) - 30 - 2093 6487
 E-mail: m.odening@agrار.hu-berlin.de
<http://www.agrar.hu-berlin.de/wisola/fg/abl>