Humboldt-Universität zu Berlin
Landwirtschaftlich-Gärtnerische Fakultät
Fachgebiet Agrarpolitik
Prof. Dr. Dr. h. c. Dieter Kirschke

D. Kirschke und K. Jechlitschka

MARKT- UND POLITIKMODELLE

(Modul im SS 2005)

Kapitel 3.1: Unbeschränkte und beschränkte Optimierung

AUFGABEN

1. Finden Sie die Extremwerte der Funktion

   $y = x^3 - 12x^2 + 36x + 8$,

   und skizzieren Sie den Verlauf der Funktion!

2. Finden Sie die Extremwerte folgender Funktion

   $z = 8x^3 + 2xy - 3x^2 + y^2 + 1$!

3. Gegeben sei folgende Durchschnittskostenfunktion:

   $DK = q^2 - 5q + 8$.

   Bei welcher Produktionsmenge werden die Durchschnittskosten minimiert?

4. Gegeben sei die Kostenfunktion K(q).

   a) Zeigen Sie, dass die Grenzkostenfunktion die Durchschnittskostenfunktion in deren Minimum schneidet!
   b) Sehen Sie einen generellen Zusammenhang zwischen Grenz- und Durchschnittsfunktion, bezogen auf beliebige Funktionen?
   c) Was lässt sich über die Elastizität einer beliebigen Funktion sagen, wenn deren Durchschnittsfunktion einen Extremwert erreicht?

5. Gegeben sei eine Nachfragefunktion

   $q = q(p)$.

   a) Zeigen Sie, dass der absolute Wert der Nachfrageelastizität im Umsatzmaximum gleich Eins ist!
   b) Welche Bedingung muss jedoch erfüllt sein, damit ein Maximum vorliegt?
      Warum ist diese Bedingung für eine lineare Nachfragefunktion immer erfüllt?

6. Ein Produzent stellt ein Produkt (q) mit einem Faktor (x) her; er möchte seinen Gewinn maximieren. Wie lautet die Bedingung für seine Faktornachfrage, falls er

   - Mengenanpasser auf Produkt- und Faktormarkt,
   - Monopolist auf dem Produktmarkt und Mengenanpasser auf dem Faktormarkt,
   - Mengenanpasser auf dem Produktmarkt und Monopsonist auf dem Faktormarkt und schließlich
   - sowohl Monopolist als auch Monopsonist ist?

   Erläutern Sie das Ergebnis grafisch!

7. Erläutern und begründen Sie den Zusammenhang zwischen Nachfragekurve und Grenznutzenkurve eines Haushalts!

8. Ein Haushalt habe folgende Nutzenfunktion:

   $U = q_1 q_2 + 2q_1$

   mit U = Nutzen
   q_1 = Gut 1
   q_2 = Gut2.

   Der Preis für Gut 1 betrage € 4,00 und für Gut 2 € 2,00; das Haushaltseinkommen betrage € 60,00.

   a) Welche Mengen von den beiden Gütern wird der Haushalt konsumieren, wenn er seinen Nutzen maximieren will? (Benutzen Sie das Lagrange-Verfahren!)
   b) Was besagt der berechnete Wert für λ?

9. Gegeben sei folgende Nutzenfunktion eines Haushalts:

   $U = 10(q_1 + q_2) - 1/2\,(q_1^2 + q_2^2)$

   mit U = Nutzen und
   $q_{1,2}$ = Menge des Guts 1, 2.

   Der Haushalt möchte seinen Nutzen maximieren.

   a) Welche Mengen der beiden Güter wird er konsumieren, falls Geld keine Rolle spielt?
   b) Was konsumiert er, wenn Gut 1 € 5 kostet, Gut 2 € 10 und er nur € 100 zur Verfügung hat?

10. Gegeben sei folgender Optimierungsansatz für die optimale Allokation von Ressourcen in einer Volkswirtschaft

$$
\begin{aligned}
L = {} & U\,(C_1,\ \ldots,\ C_n) \\
& + \sum_i \lambda_i \left[f_i\,(A_i, K_i, B_i) - q_i \right] \\
& + \mu_1 \left[\overline{A} - \sum_i A_i \right] + \mu_2 \left[\overline{K} - \sum_i K_i \right] + \mu_3 \left[\overline{B} - \sum_i B_i \right] \\
& + \eta \sum_i p_i \left(q_i - C_i \right)
\end{aligned}
$$

mit	L	=	Lagrangefunktion
	U	=	Wohlfahrtsfunktion
	C	=	Konsummenge
	q	=	Produktionsmenge
	A	=	Arbeit
	K	=	Kapital
	B	=	Boden
	p	=	Weltmarktpreise

$\lambda, \mu_1, \mu_2, \mu_3, \eta$ = Schattenpreise der Restriktionen.

a) Erläutern Sie den Optimierungsansatz!

b) Leiten Sie die Bedingungen für eine optimale Allokation der Ressourcen ab und erläutern Sie das Ergebnis!

Literatur

CHIANG, A.C. (1984): *Fundamental Methods of mathematical economics*, 3rd ed., Singapore, S. 231-254, 307-319, 369-376, 400-402

KOESTER, U.; TANGERMANN, S. (1976): *Alternativen der Agrarpolitik*. In: Landwirtschaft – Angewandte Wissenschaften, Heft 182, Münster-Hiltrup, S. 84-106